M8 : Résolution d'une inéquation quotient : tableaux de signes

But : Trouver le signe du numérateur puis du dénominateur et en déduire le signe du quotient.

Pour trouver le signe d'un quotient, il faut connaître le signe de son numérateur et le signe de son dénominateur. Ensuite, on effectue un tableau de signes.

1. Résolvez l'équation

$$\frac{ax+b}{cx+d}=0$$

On obtient la valeur annulant le quotient et sa valeur interdite.

2. Remplissez le tableau de signes.
   1. Dans la première ligne, il faut placer la valeur annulant le quotient $-\frac{b}{a}$, la valeur interdite $-\frac{d}{c}$ et les valeurs extrêmes ($-\infty$ et $+\infty$) dans l'ordre croissant.
   2. Ensuite, on tire un trait vertical sous chaque valeur.
   3. On inscrit $ax+b$ dans la seconde ligne, $cx+d$ dans la suivante et on ajoute une dernière ligne dans laquelle on inscrit $\frac{ax+b}{cx+d}$
   4. On place les 0. Ils signalent, pour chaque ligne, la valeur qui annule celle-ci. Attention, dans la dernière ligne, il faut mettre une double barre à l'emplacement de la valeur interdite.
   5. On place les signes : on met le signe du coefficient de x à droite du zéro.
   6. Pour terminer, on détermine le signe de l'expression étudiée :
      - Un nombre pair de – donne un +
      - Un nombre impair de – donne un –

Exemple

Dressez le tableau de signes de la fonction

$$f(x)=\frac{2x-3}{4x-1}$$

1. On résout

$$\frac{2x-3}{4x-1}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=0 \\ 4x-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ x\neq\frac{1}{4} \end{cases}$$

2. <u>Construction du tableau :</u>

x	$-\infty$		$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$4x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Remarque : le tableau de signes sert à résoudre des inéquations. Par exemple, dans ce cas ce tableau aurait pu servir à résoudre l'inéquation :

$$\frac{2x-3}{4x-1} \geq 0$$

Une fois dressé le tableau, il suffit de repérer les cases où apparaissent un $+$

Ainsi,

$$S = \left]-\infty; \frac{1}{4}\right[\cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right]$$