# M8 : Déterminer un ensemble de points tel que la partie réelle ou la partie imaginaire d'un complexe soit nulle

**Objectif : Ecrire l'équation de la trajectoire d'un point $M(z)$ mobile dans le plan**

## Droite d'équation $y = mx + p$

Si l'équation en question ne contient ni $x^2$, ni $y^2$

1. Isolez $y$ d'un côté de l'équation
2. Présentez le résultat sous la forme $y = mx + p$ : l'ensemble parcouru par le point d'affixe $z = x + iy$ est la droite d'équation $y = mx + p$

## Cercle d'équation $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

Si l'équation en question contient $x^2$ et $y^2$

1. Intéressez vous pour commencer aux termes ne contenant que du $x$ ou du $x^2$. Utilisez la méthode de la forme canonique pour factoriser ces termes. (voir cours première)
2. Intéressez vous pour commencer aux termes ne contenant que du $y$ ou du $y^2$. Utilisez la méthode de la forme canonique pour factoriser ces termes.
3. Simplifiez au maximum et placez le seul nombre restant (non inclus dans l'une des deux identités remarquables) de l'autre côté de l'équation.
4. Ecrivez ce nombre sous la forme d'un carré : l'ensemble parcouru par le point d'affixe $z = x + iy$ est la droite d'équation $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$, avec $(a\,,b)$ les coordonnées du centre du cercle et $R$ son rayon.

**Exemple**

Déterminez l'ensemble des points parcouru par le point M$(z)$tel que le nombre

$$Z = (-2x + 3y + 1) + i(x^2 - 4x + y^2 - y - \frac{19}{4})$$

. soit un imaginaire pur

. soit un nombre réel

. soit un imaginaire pur

Cela signifie que sa partie réelle est nulle, donc $-2x + 3y + 1 = 0$. L'équation ne contient ni $x^2$, ni $y^2$ : il s'agit donc d'une droite.

1. $-2x + 3y + 1 = 0 \Leftrightarrow 3y = 2x - 1 \Leftrightarrow y = \frac{2x-1}{3}$
2. $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ est l'équation de la droite recherchée

. soit un nombre réel

Cela signifie que sa partie imaginaire est nulle, donc $x^2 - 4x + y^2 + y - \frac{19}{4} = 0$. L'équation ne contient $x^2$ et $y^2$ : il s'agit donc d'un cercle.

1. $x^2 - 4x + y^2 + y - \frac{19}{4} = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 4 + y^2 + y - \frac{19}{4} = 0$
2. $(x-2)^2 - 4 + y^2 + y - \frac{19}{4} = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 4 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - \frac{19}{4} = 0$
3. $(x-2)^2 - 4 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - \frac{19}{4} = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow$
   $(x-2)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 9$
4. $(x-2)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 3^2$ est l'équation du cercle de centre $(2\,, -\frac{1}{2})$ et de rayon 3