

M6 : Utiliser les écritures complexes des transformations du plan

Objectif : Créer des figures géométriques à l'aide des complexes

TRANSLATION :

M' est l'image de M de translation \vec{w} ssi :

$$z' = z + z_{\vec{w}}$$

HOMOTHÉTIE :

M' est l'image de M par homothétie de centre Ω et de rapport k ssi :

$$z' - \omega = k(z - \omega)$$

ROTATION :

M' est l'image de M par la rotation de centre $\Omega(\omega)$ et d'angle θ ssi :

$$z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$$

Exemple 1 : translation

Soit \vec{t} la translation de vecteur $1 - 2i$

Calculer l'affixe a' du point A' image du point $A(3 + i)$ par t .

Le point A' image du point A par la translation de vecteur $1 - 2i$ donc $a' = a + z_{\vec{t}} \Leftrightarrow a' = 1 - 2i + 3 + i \Leftrightarrow a' = 4 - i$

Exemple 2 : homothétie

Soit h l'homothétie de centre $\Omega(1 + i)$ et de rapport 2. Calculer l'affixe b' du point B' image du point $B(-1 + 2i)$ par h .

Le point B' image du point B par l'homothétie de centre Ω et de rapport 2 est donc $b' - \omega = 2(b - \omega) \Leftrightarrow b' - (1 + i) = 2(-1 + 2i - (1 + i)) \Leftrightarrow b' = 2(i - 2) + 1 + i \Leftrightarrow b' = -3 + 3i$

Exemple 3 : rotation

Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$. Calculer l'affixe c' du point C' image du point C par r . Ecrire C' sous forme algébrique.

Le point C' image du point C par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$ donc $c' - z_O = e^{i\frac{\pi}{3}}(c - z_O) \Leftrightarrow c' = e^{i\frac{\pi}{3}} \times e^{i\frac{\pi}{6}} \Leftrightarrow c' = e^{i\frac{2\pi}{6} + \frac{\pi}{6}} \Leftrightarrow c' = e^{i\frac{3\pi}{6}} = e^{i\frac{\pi}{2}} = i$