

M5 : Résoudre une équation trigonométrique

Objectif : Trouver la valeur d'un angle en connaissant l'une de ses coordonnées

Méthode : si l'équation contient uniquement du cos

1. Isolez le cosinus d'un côté de l'équation (on doit avoir un équation du type $\cos x = a$)
2. Cherchez la valeur de a dans la deuxième ligne du tableau suivant :

| θ | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
|---------------|---|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------|
| $\cos \theta$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |

➤ Si a apparaît dans le tableau : (cosinus positif)

- Remplacez a par le cosinus de l'angle correspondant (première ligne)
- Enlevez les cosinus sans oublier qu'il existe deux solutions à cette équation.

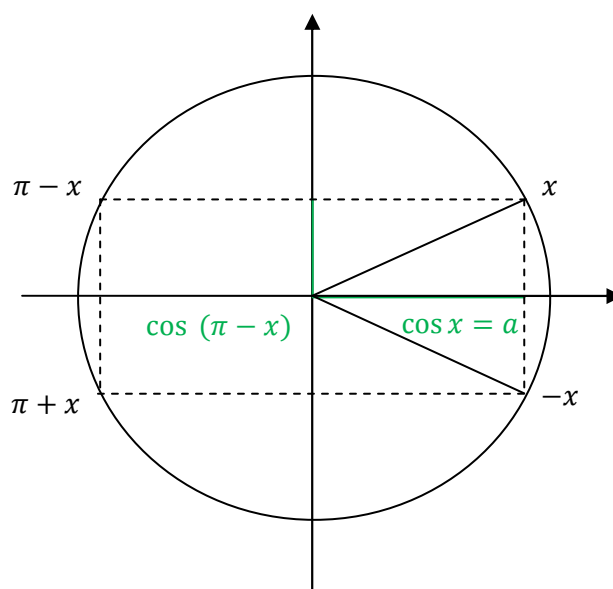
$$\cos x = \cos \theta \Leftrightarrow \begin{cases} x = \theta + 2k\pi \\ x = -\theta + 2k\pi \end{cases}$$

➤ Si $-a$ apparaît dans le tableau : (cosinus négatif)

- Remplacez a par le cosinus de $\pi -$ l'angle correspondant à $-a$ (première ligne)
- Enlevez les cosinus sans oublier qu'il existe deux solutions à cette équation.

$$\cos x = \cos(\pi - \theta) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi - \theta + 2k\pi \\ x = \pi + \theta + 2k\pi \end{cases}$$

Illustration :



Exemple

Résolvez l'équation $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$

1. $2 \cos x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ donc $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. Le cosinus est positif donc

$$\cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$$

Méthode : si l'équation contient uniquement du sin

1. Isolez le cosinus d'un côté de l'équation (on doit avoir une équation du type $\sin x = a$)
2. Cherchez la valeur de a dans la deuxième ligne du tableau suivant :

| θ | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
|---------------|---|-----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| $\sin \theta$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |

➤ Si a apparaît dans le tableau :

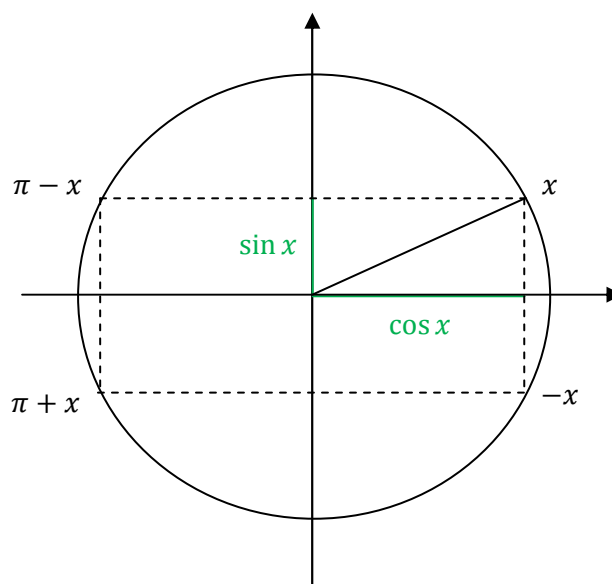
- Remplacez a par le sinus de l'angle correspondant (première ligne)
- Enlevez les sinus sans oublier qu'il existe deux solutions à cette équation.

$$\sin x = \sin \theta \Leftrightarrow \begin{cases} x = \theta + 2k\pi \\ x = \pi - \theta + 2k\pi \end{cases}$$

➤ Si $-a$ apparaît dans le tableau :

- Remplacez a par le sinus de l'angle correspondant à $-a$ (première ligne)
- Enlevez les sinus sans oublier qu'il existe deux solutions à cette équation.

$$\sin x = \sin(-\theta) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\theta + 2k\pi \\ x = \pi + \theta + 2k\pi \end{cases}$$

Illustration :

Exemple

Résolvez l'équation $2 \sin x + \sqrt{3} = 0$

1. $2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ donc $a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. Le sinus est négatif donc

$$\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{3} + 2k\pi = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$$