

M5 : Fonction inverse : résolution d'inéquation

But : Résoudre des inéquations par le calcul et graphiquement.

Par le calcul :

1. Isolez $\frac{1}{x}$ dans l'équation.
(le k utilisé dans la suite est le nombre à droite de l'équation)
2. Choisissez le cas adapté à la situation :
 - L'équation $\frac{1}{x} > k$ admet pour solution l'ensemble

$$S = \left] -\infty; \frac{1}{k} \right[$$
 - L'équation $\frac{1}{x} \geq k$ admet pour solution l'ensemble

$$S = \left] -\infty; \frac{1}{k} \right]$$
 - L'équation $\frac{1}{x} < k$ admet pour solution l'ensemble : $S = \left] \frac{1}{k}; +\infty \right[$
 - L'équation $\frac{1}{x} \leq k$ admet pour solution l'ensemble : $S = \left[\frac{1}{k}; +\infty \right[$

Cas particulier : quand $k = 0$, alors l'ensemble des solutions est $S =]0; +\infty[$ si le signe de l'inéquation est $>$ et $S =]-\infty; 0[$ si le signe est $<$

Exemple

Résolvez les inéquations suivantes :

$$\frac{1}{x} - 3 > 0$$

$$\frac{3}{x} + 4 \leq 2$$

1. On a : $\frac{1}{x} - 3 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} > 3$ donc : $S = \left] -\infty; \frac{1}{3} \right[$
2. On a : $\frac{3}{x} + 4 \leq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{x} \leq -\frac{2}{3}$ donc $S = \left[-\frac{3}{2}; +\infty \right[$

Graphiquement :

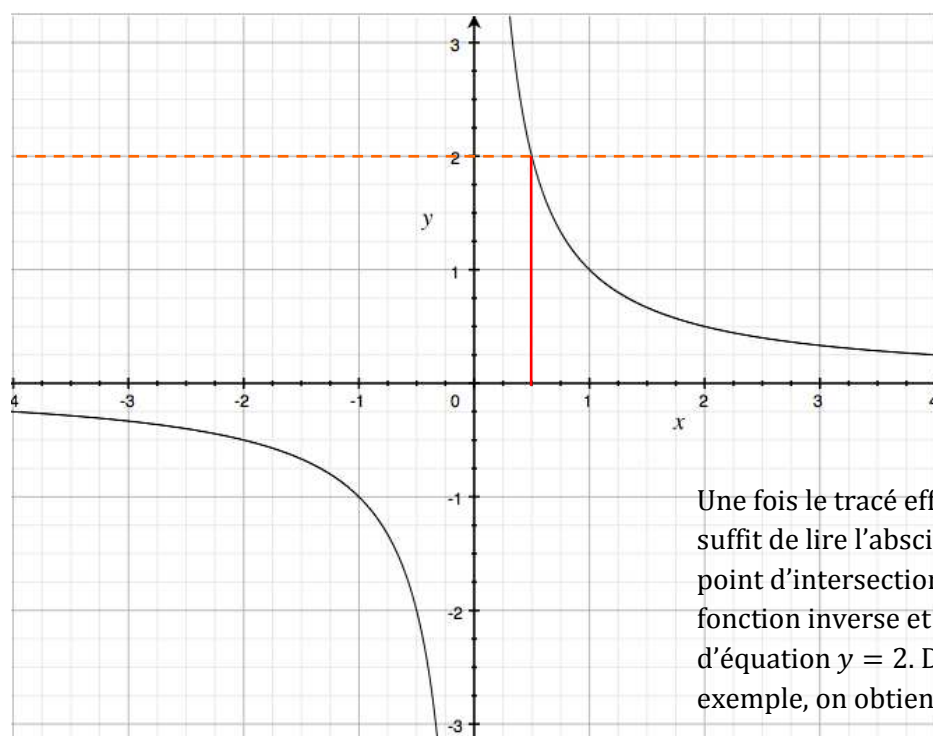
1. Isolez x^2 dans l'équation.
(le k utilisé dans la suite est le nombre à droite de l'équation)
2. Repérez k sur l'axe des ordonnées et tracez une droite horizontale passant par k
3. Cette droite coupe t'elle la courbe de la fonction carré ?

- Si oui, tracez une droite verticale passant par ce ou ces points : cette droite coupe l'axe des abscisses. On appellera k la valeur lue sur cet axe.
 - Si le signe est $>$ l'ensemble solution est $S =]-\infty; \frac{1}{k}[$
 - Si le signe est \geq l'ensemble solution est $S =]-\infty; \frac{1}{k}]$
 -
 - Si le signe est $<$ l'ensemble solution est $S =]\frac{1}{k}; +\infty[$
 - Si le signe est \leq l'ensemble solution est $S = [\frac{1}{k}; +\infty[$

Exemple

Résolvez graphiquement l'inéquation $\frac{1}{x} \geq 2$

On trace la fonction carré, et la droite d'équation $y = 2$:



Une fois le tracé effectué, il suffit de lire l'abscisse du point d'intersection entre la fonction inverse et la droite d'équation $y = 2$. Dans cet exemple, on obtient :

$$\frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow S =]-\infty; \frac{1}{2}]$$