

M4 : Etudier la position relative de deux courbes

Objectif : Déterminer la position de deux courbes l'une par rapport à l'autre

Il s'agit d'étudier **le signe de la différence** des deux fonctions.

Plaçons nous dans le cas où nous considérons deux courbes : \mathcal{C} courbe d'une fonction f et \mathcal{D} courbe d'une fonction g

1. Calculez la différence $f(x) - g(x)$ en fonction de x
2. Etudiez le signe de $f(x) - g(x)$ sur l'ensemble de définition
3. Concluez :
 - Lorsque $f(x) - g(x) > 0$: la courbe \mathcal{C} est **au dessus** de \mathcal{D}
 - Lorsque $f(x) - g(x) = 0$: les courbes \mathcal{C} et \mathcal{D} sont **confondues**
 - Lorsque $f(x) - g(x) < 0$: la courbe \mathcal{C} est **au dessous** de \mathcal{D}

Exemple

Etudiez sur \mathbb{R} la position relative des courbes \mathcal{C} et \mathcal{D} représentatives des fonctions $f(x) = x^2 + 3x + 1$ et $g(x) = x^2 - 5x - 3$

1. $f(x) - g(x) = x^2 + 3x + 1 - (x^2 - 5x - 3) = 8x + 4$
2. $f(x) - g(x) = 8x + 4$: il s'agit d'une fonction affine dont le tableau de signes est le suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) - g(x)$	-	0	+

3. Sur l'intervalle $] -\infty ; -\frac{1}{2} [$ la courbe \mathcal{C} est au dessous de \mathcal{D} puisque $f(x) - g(x) < 0$
 Sur l'intervalle $] -\frac{1}{2} ; +\infty [$ la courbe \mathcal{C} est au dessus de \mathcal{D} puisque $f(x) - g(x) > 0$
 En $= -\frac{1}{2}$, les courbes \mathcal{C} et \mathcal{D} sont confondues