

### M3 : Ecrire un nombre complexe sous sa forme trigonométrique ou exponentielle

#### Objectif : Manipuler les différentes formes des nombres complexes

Soit un nombre complexe  $z$  quelconque.

#### Forme trigonométrique

1. Calculez le module  $|z|$
2. Calculez l'argument  $\arg(z)$
3. La forme trigonométrique de  $z$  est  $z = |z|(\cos\theta + i\sin\theta)$

#### Forme exponentielle

1. Calculez le module  $|z|$
2. Calculez l'argument  $\arg(z)$
3. La forme exponentielle de  $z$  est  $z = |z|e^{i\theta}$

#### Exemples

Déterminer le module et un argument du nombre complexe suivant :

$$z_1 = 4 - 4i\sqrt{3}$$

1.  $z_1$  est déjà sous sa forme algébrique
2. On a :  $a = 4$  et  $b = -4\sqrt{3}$

#### Module

On en déduit que :  $|z_1| = \sqrt{4^2 + (-4\sqrt{3})^2} = \sqrt{16 + 48} = \sqrt{64} = 8$

#### Argument

1. On pose le système suivant : 
$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{4}{8} \\ \sin\theta = \frac{-4\sqrt{3}}{8} \end{cases}$$
2. 
$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \\ \sin\theta = \frac{-4\sqrt{3}}{8} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$
3. On cherche  $\theta$  tel que 
$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{1}{2} \\ \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$
4. On obtient donc  $\theta = -\frac{\pi}{3} [2\pi]$