M3 : Construire un arbre pondéré

Objectif : Savoir remplir et utiliser un arbre de probabilité

1. Identifier et nommer l'évènement A qui vous intéresse : le reste sera l'évènement contraire $\bar{A}$.
2. Identifier l'ordre de déroulement des évènements :
3. Construisez les branches de votre arbre : commencez par les branches amenant à l'évènement qui se déroule en premier puis tracez les branches amenant à l'évènement qui se déroule ensuite **en repartant du premier évènement.** (il ne s'agit pas d'un nouvel arbre)
4. Inscrivez sur chacune des branches la probabilité associée à cette branche.
5. Déplacez vous dans l'arbre en suivant les deux règles de calcul fondamentales :
   - Si vous vous déplacez de gauche à droite, le calcul associé est le $\times$
   - Si vous vous déplacez de haut en bas, le calcul associé est le $+$

Remarques :

- Ainsi si vous cherchez la probabilité d'une intersection (A *ET* B) il faut multiplier les probas entre elles. Si vous cherchez la probabilité d'une union (A *OU* B) il faut les additionner.
- La somme des probabilités marquées sur des branches issues d'un même nœud est égale à 1.

Exemple

Dans une urne ont été placées 3 dés indiscernables au toucher et parfaitement équilibrés : 2 rouges et 1 bleu. Les deux dés rouges comportent 6 faces marquées de 1 à 6. Le dé bleu comporte 4 faces marquées 1, 1, 1 et 3. On tire au hasard un dé de l'urne, que l'on lance une seule fois.

Représentez cette situation par un arbre de probabilité.

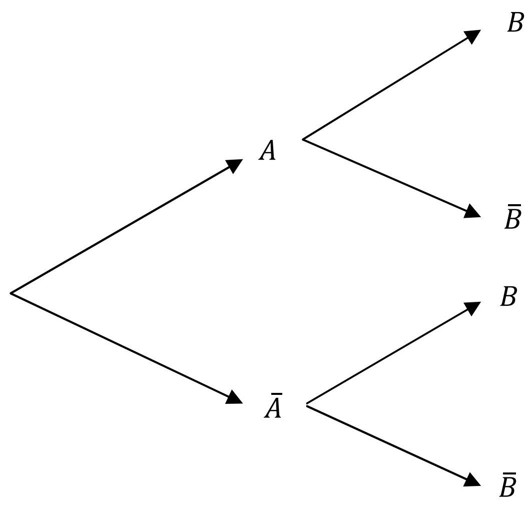
Calculez la probabilité de tirer le dé bleu et d'obtenir un 1 à ce jeu puis calculez la probabilité d'obtenir un 1 à ce jeu quel que soit le dé tiré.

1. Soit A l'évènement 'tirer le dé rouge' et B l'évènement 'obtenir une face 1'

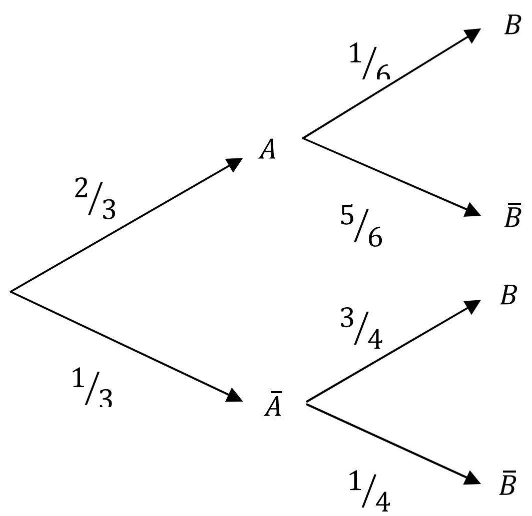
   Remarque : si on ne vous impose aucun nom d'évènement, libre à vous de choisir la ou les lettres qui vous parlent le plus en fonction du contexte. Par exemple ici R pour l'évènement 'tirer le dé rouge' était judicieux.

2. On tire le dé de l'urne avant de le lancer : on commencera donc par les branches A et $\bar{A}$, partant desquelles on tracera les branches B et $\bar{B}$

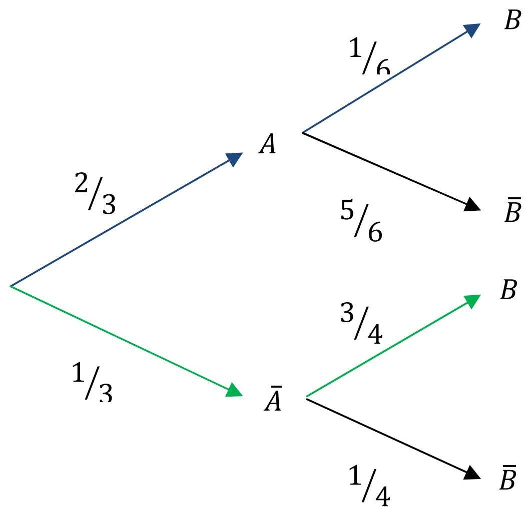
3. La structure de l'arbre est la suivante :



4. Dans le contexte de l'exercice, j'ai deux chances sur trois de tirer un dé rouge, ainsi $P(A) = \frac{2}{3}$.
Par ailleurs, si le dé tiré est rouge, j'ai une chance sur six d'obtenir un 1, donc dans la partie haute de l'arbre, $P(B) = \frac{1}{6}$.
Mais si le dé tiré est bleu alors j'ai trois chances sur quatre d'obtenir un 1.
Et donc dans la partie basse de l'arbre, $P(B) = \frac{3}{4}$.
Ainsi l'arbre une fois rempli donne :



5. On nous demande dans l'énoncé la probabilité de tirer le dé bleu ET d'obtenir un 1 à ce jeu : il s'agit donc de la proba d'une intersection, ($\bar{A} \cap B$ pour être précis). Dans l'arbre, il s'agit du chemin vert ci-dessous :



On se déplace donc de gauche à droite : il faut multiplier les probabilités entre elles.
Ainsi la probabilité recherchée vaut $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

On nous demande ensuite la probabilité d'obtenir un 1 à ce jeu quel que soit le dé tiré. Plusieurs chemins sont concernés ici : celui sui mène à B en passant par A et celui qui mène à B en passant par $\bar{A}$
Sur l'arbre cela signifie que pour arriver à B on peut passer par le chemin vert OU le chemin bleu : il s'agit d'une union. Il faut donc additionner les probabilités entre elles.
Et ainsi la probabilité recherchée vaut $\frac{2}{3} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{9} + \frac{1}{4} = \frac{13}{36}$