

M2 : Dresser un tableau complet des variations

Objectif : Indiquer toutes les informations nécessaires à l'utilisation optimale d'un tableau de variations

Il s'agit de remplir **intégralement** le tableau de variation d'une fonction.

1. Déterminez puis indiquez sur le tableau l'ensemble de définition aux extrémités de la première ligne
2. Calculez la ou les valeurs pour lesquelles la dérivée est nulle puis placez les dans la première ligne du tableau.

Remarques :

- Les racines doivent appartenir à l'ensemble de définition (dans le cas contraire excluez les du tableau)
- Les racines doivent être indiquées dans la première ligne de gauche à droite dans l'ordre croissant des valeurs

3. Etudiez le signe de la dérivée puis remplissez la deuxième ligne
4. Déduisez en les variations et dessinez les flèches en conséquence
5. Calculez les valeurs des extrema locaux : minimas ou maximas locaux. Indiquez les dans le tableau aux extrémités des flèches déjà tracées
6. Calculez les limites aux bornes de l'ensemble de définition et terminez

Exemple

Dressez le tableau de variations complet de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{3x + 6}{x^2 - x - 2}$$

1. $x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 2$ (voir racines d'un polynôme du second degré) donc l'ensemble de définition est $D_f = \mathbb{R} - \{-1 ; 2\}$

Le tableau de variation prend cette allure

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f(x)$				

2. $f'(x) = \frac{-3x^2 - 12x}{(x^2 - x - 2)^2} = 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow x = -4$ ou $x = 0$

x	$-\infty$	-4	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		0		0		

3.

x	$-\infty$	-4	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$

4. Le tableau de variation prend cette allure

x	$-\infty$	-4	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$						

5. $f(-4) = -\frac{3}{8}$ et $f(0) = -3$

x	$-\infty$	-4	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$						

6. Les limites aux bornes de l'ensemble de définition sont :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x) = +\infty$$

D'où le tableau de variations complet de $f(x)$

x	$-\infty$	-4	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$	0		$+\infty$		$+\infty$	0