M2 : Calculer un nombre dérivé en un point

Objectif : Déterminer la valeur de la dérivée à une fonction en un point d'abscisse connue

Il s'agit d'appliquer la formule $f'(a) = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

1. Identifiez la valeur de l'abscisse a et remplacez a par cette valeur dans la formule
2. Identifier l'expression de f et replacez la dans la formule
3. Simplifiez au maximum l'expression obtenue
4. Remplacez h par 0

Remarque : si remplacer h par 0 mène à un calcul impossible (par exemple une division par 0), c'est que vous n'avez pas simplifié au maximum : retournez alors à l'étape 3 et terminez votre simplification

Exemple

Cherchons la dérivée de la fonction $f(x) = x^3$ en -2

1. Ici $a = -2$: on remplace donc a par -2 dans la formule
$$f'(-2) = \lim_{h\to 0}\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$$
2. Ici $f(x) = x^3$ donc
$$f'(-2) = \lim_{h\to 0}\frac{(-2+h)^3-(-2)^3}{h}$$
3. On développe puis simplifie au maximum
$$f'(-2) = \lim_{h\to 0}\frac{a^3+3a^2h+3ah^2+h^3-a^3}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{3(-2)^2h+3(-2)h^2+h^3}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0}\frac{12h-6h^2+h^3}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{h(12-6h+h^2)}{h} = \lim_{h\to 0} 12-6h+h^2$$
4. On remplace pour finir h par 0 dans $12-6h+h^2$ ce qui donne
$$f'(-2) = 12 - 6\times 0 + 0^2 = 12$$

Ainsi $f'(-2) = 12$