M1 : Déterminer le sens de variation d'une fonction dérivable

Objectif : Etudier le sens de variation d'une fonction de type polynomial ou homographique

Il s'agit d'étudier le signe de la dérivée de la fonction f

1. Dérivez la fonction f
2. Dressez le tableau de signes de la dérivée f'
3. Déduisez en les variations de la fonction selon le principe suivant :
   - Si $f'(x) > 0$, alors la fonction f est strictement croissante
   - Si $f'(x) < 0$, alors la fonction f est strictement décroissante

Exemple

Etudions les variations de la fonction $f(x) = \frac{4}{x^2+3}$ définie sur l'intervalle $D_f = \mathbb{R}$

1. La fonction f est de la forme $\frac{u}{v}$, avec $u(x) = 4$ et $v(x) = x^2 + 3$ et donc $u(x)' = 0$ et $v'(x) = 2x$

   On a ainsi

$$f'(x) = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2} = \frac{0 \times (x^2+3) - 4 \times 2x}{(x^2+3)^2} = \frac{-8x}{(x^2+3)^2}$$

2. Le tableau de signes de la fonction f' est

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$-8x$	$+$	0	$-$
$(x^2+3)^2$	$+$		$+$
Signe de $f'(x)$	$+$	0	$-$

3. Les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$ sont donc :

Sur l'intervalle $]-\infty\,, 0\,[$ $f'(x) > 0$ donc la fonction f est strictement croissante

Sur l'intervalle $]\,0\,, +\infty\,[$ $f'(x) < 0$ donc la fonction f est strictement décroissante