M1 : Déterminer graphiquement un nombre dérivé

Objectif : Déterminer la valeur de la dérivée à une fonction en un point à l'aide du graphe d'une fonction

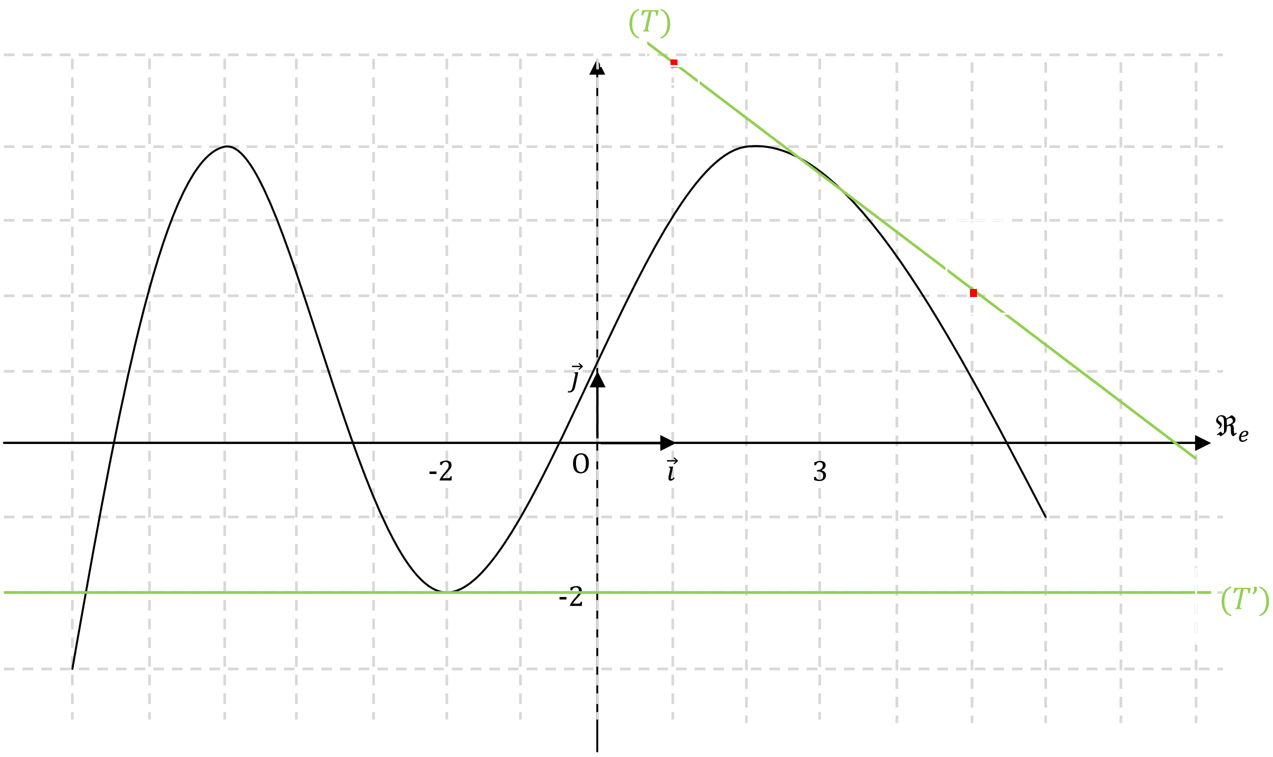
Le nombre dérivé d'une fonction f en un point d'abscisse a est le coefficient directeur de la tangente à la courbe de f en ce point d'abscisse a.

1. Identifiez graphiquement quelle est la tangente à la courbe en le point d'abscisse a.
2. Déterminez graphiquement les coordonnées $(x\,;y)$ et $(x'\,;\,y')$ de deux points distincts appartenant à la tangente
   Remarque : tant que possible, choisissez des points de coordonnées entières
3. Calculez le quotient $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y'-y}{x'-x}$ ou $\frac{y-y\prime}{x-x\prime}$
4. Concluez : $f'(a) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Exemple

Déterminons graphiquement les valeurs de $f'(3)$ puis de $f'(-2)$

Soit f la fonction définie ci-dessous



<u>Calcul de $f'(3)$</u> :

1. La tangente à la courbe de f en le point d'abscisse 3 est la droite (T)
2. (T) passe par les points de coordonnées $(1\,,5)$ et $(5\,,2)$
3. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{2-5} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$
4. On en déduit que $f'(3) = -\frac{4}{3}$

<u>Calcul de $f'(-2)$</u> :

1. La tangente à la courbe de f en le point d'abscisse -2 est la droite (T')
2. (T') est la représentation d'une fonction constante, donc passe par les points de coordonnées $(0\,,-2)\,,(1\,,-2)\,,(2\,,-2)\,\ldots$
3. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2-(-2)}{2-1} = \frac{0}{1} = 0$
4. On en déduit que $f'(-2) = 0$

Remarques :

- *Dès que la tangente à une courbe en un point est une fonction constante, c'est-à-dire peut s'écrire $y = a$, avec $a \in \mathbb{R}$ alors la dérivée en ce point vaut* 0
- *Les points où la tangente est constante sont ceux où la courbe <u>change de sens de variation</u>. On les appelle points d'inflexion.*