

M1 : Utiliser les formules de base**Objectif : Simplifier ou modifier la forme d'une fonction contenant un logarithme**

1. Identifiez la formule adéquate parmi les suivantes :

$$\ln(x \times y) = \ln x + \ln y$$

$$\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$$

$$\ln x^n = n \ln x$$

2. Simplifiez l'expression au maximum

Exemple 1

Simplifiez au maximum l'expression suivante :

$$\ln\left(\frac{2 \times (-3)}{5}\right)^2$$

1. Puisque $\ln x^n = n \ln x$ on a

$$\ln\left(\frac{2 \times (-3)}{5}\right)^2 = 2 \ln\left(\frac{2 \times (-3)}{5}\right) = 2 \ln\left(\frac{-6}{5}\right)$$

Puisque $\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$ on a $2 \ln\left(\frac{-6}{5}\right) = 2(\ln(-6) - \ln 5) = 2 \ln(-6) - 2 \ln 5$

2. Par suite, $2 \ln(-6) - 2 \ln 5 = \ln(-6)^2 - \ln 5^2 = \ln 36 - \ln 25 = \ln \frac{36}{25}$

Remarque : cette correction n'est là que pour vous montrer les formules importantes : vous pouviez directement voir que $\left(\frac{2 \times (-3)}{5}\right)^2 = \frac{36}{25}$ et aboutir au résultat.

Exemple 2

Calculez en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$ les expressions suivantes :

$$5 \ln 12 - 4 \ln 32$$

$$\ln 72^3 - \ln 36^2$$

$$\begin{aligned}5 \ln 12 - 4 \ln 32 &= 5 \ln 2 \times 2 \times 3 - 4 \ln 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 5 \ln 2^2 \times 3 - 4 \ln 2^2 \times 3^2 \\&= 5(\ln 2^2 + \ln 3) - 4(\ln 2^2 + \ln 3^2) = 5(2 \ln 2 \\&\quad + \ln 3) \\&\quad - 4(2 \ln 2 + 2 \ln 3) = 10 \ln 2 + 5 \ln 3 - 8 \ln 2 - 8 \ln 3 = \mathbf{2 \ln 2 - 3 \ln 3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\ln 72^3 - \ln 36^2 &= \ln(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3)^3 - \ln(2 \times 2 \times 3 \times 3)^2 \\&= \ln(2^3 \times 3^2)^3 - \ln(2^2 \times 3^2)^2 = \ln(2^9 \times 3^6) - \ln(2^4 \times 3^4) \\&= \ln\left(\frac{2^9 \times 3^6}{2^4 \times 3^4}\right) = \ln(2^5 \times 3^2) = \ln 2^5 + \ln 3^2 = \mathbf{5 \ln 2 + 3 \ln 3}\end{aligned}$$