Corrigés des exercices

Utiliser les formules de base

Exercice 1 :

- $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.5 + 0.4 - 0.8 = 0.1$

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.8 = 0.2$

-
  1. $P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ et $P(B) = \frac{card(B)}{card(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
  2. $P(A \cap B) = \frac{card(A \cap B)}{card(\Omega)} = \frac{card(\{1,5\})}{card(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et $P(A \cup B\ ) = \frac{card(A \cup B)}{card(\Omega)} = \frac{card(\{1,3,4,5,6\})}{card(\Omega)} = \frac{5}{6}$

  Autre méthode : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

Calculer des probabilités simples

Exercice 2 :

- La probabilité d'obtenir un nombre pair est donnée par $\frac{card(\{2,4,6\})}{card(\{1,2,3,4,5,6\})} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- La probabilité de tirer un roi ou une dame est donnée par $\frac{card(4R\ ,4D)}{card(\Omega)} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$

- Il existe $6 \times 6 = 36$ résultats possibles en lançant deux dés, dont 6 doubles : la probabilité recherchée est donc $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Exercice 3 :

$$card(\Omega) = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

$$P('au\ moins\ un\ 4') = 1 - P('aucun\ 4') = 1 - \frac{5 \times 5 \times 5}{216} = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

Exercice 4 :

1. La probabilité d'obtenir 1 est 5 fois plus élevée que la probabilité d'obtenir chacune des autres faces. Notons p la probabilité d'obtenir 2, 3, 4, 5 ou 6 et résumons ceci dans un tableau.

1	2	3	4	5	6

$5p$	p	p	p	p	p

De plus la somme de ces 6 probabilités vaut 1

Donc $5p + p + p + p + p + p = 1$

D'où $10p = 1$

Et donc $p = \frac{1}{10}$ d'où le tableau suivant :

1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

2. Il y a 3 nombres impairs : 1, 3 et 5. Comme les évènements sont incompatibles (il n'est pas possible d'obtenir à la fois un 1 et un 3 en lançant un dé), on a si A l'évènement 'obtenir un nombre impair',
$$P(A) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$$

3. *__1ère méthode__* : idem que la précédente. Si B l'évènement 'obtenir un nombre pair', on aura : $P(B) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$
__2ème méthode__ : on peut aussi remarquer que l'évènement 'obtenir un nombre pair' est exactement le complémentaire de l'évènement 'obtenir un nombre impair'.
Ainsi avec les mêmes notations que précédemment $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$

Remarque importante : pensez toujours à regarder s'il n'est pas plus rapide de travailler avec le complémentaire plutôt que de recommencer un long calcul.

__Exercice 5__ :

1.

__Probabilité de A__ :

Entre 1 et 15, il y a 7 multiples de 2, en l'occurrence 2, 4, 6, 8, 10, 12 et 14 donc $P(A) = \frac{7}{15}$

__Probabilité de B__ :

Entre 1 et 15, il y a 5 multiples de 3, en l'occurrence 3, 6, 9, 12 et 15 donc $P(B) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

__Probabilité de C__ :

Entre 1 et 15, il y a 3 multiples de 5, en l'occurrence 5, 10 et 15 donc $P(C) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

Probabilité de D :

1ère méthode : la même que celle utilisée jusqu'ici.

Entre 1 et 15, il y a 2 multiples de 6, en l'occurrence 6 et 12 donc $P(D) = \frac{2}{15}$

2ème méthode : l'on peut aussi constater qu'un nombre est multiple de 6 si et seulement si il est à la fois multiple de 2 et de 3. On en déduit que $P(D) = P(A \cap B) = \frac{2}{15}$ (voir question 2)

Probabilité de E : Il suffit ici de reprendre la liste des multiples de 2 donnés pour A, et d'en extraire les multiples de 6. Il reste alors les nombres 2, 4, 8, 10 et 14. Donc $P(E) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

Probabilité de F : Etre multiple de 2 est une condition nécessaire au fait d'être multiple de 6, donc il n'existe pas de nombre qui soit multiple de 6 sans être multiple de 2. Ainsi $P(F) = 0$

2.

$A \cap B$ signifie multiple de 2 et de 3, c'est-à-dire multiple de 6. Donc $P(A \cap B) = P(D) = \frac{2}{15}$

$A \cup B$ signifie multiple de 2 ou de 3. Les nombres concernés sont : 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14 et 15.
Donc $P(A \cup B) = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

$A \cap \bar{B}$ signifie multiple de 2 mais pas de 3, c'est-à-dire que l'on extrait des multiples de 2 tous les multiples de 6. Donc $P(A \cap \bar{B}) = P(E) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

$A \cap C$ signifie multiple de 2 et de 5, c'est-à-dire multiple de 10. Il n'y a qu'un seul élément correspondant à cette définition. Donc $P(A \cap C) = \frac{1}{15}$

Problèmes

Problème 1 :

1. $P(A) = P(V_1 \cup V_2) = P(V_1) + P(V_2) - P(V_1 \cap V_2) = 0.6 + 0.3 - 0.2 = 0.7$
   Et $P(B) = P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.7 = 0.3$
2. L'évènement C est l'évènement 'un seul des deux feux est vert' et $P(C) = P(V_1 \cup V_2) \backslash (V_1 \cap V_2) = P(V_1 \cup V_2) - P(V_1 \cap V_2) = P(A) - P(V_1 \cap V_2) = 0.7 - 0.2 = 0.5$

Problème 2 :

L'idéal est ici de faire un dessin (sous la forme d'un arbre) représentant tous les cas possibles.

1. On a le choix entre 5 pour la première lettre du mot, puis entre 4 pour la deuxième : il y a donc $5 \times 4 = 20$ mots de 2 lettres en tout

2. $P(A) = \frac{card(\{AM,AT,AH,AS\})}{card(\Omega)} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

$P(B) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$: on a ajouté au cas précédent les mots MA, TA, HA, SA

$P(C) = P(B \cup T)$ si T est l'évènement 'contenir un T'. Or $P(T) = P(B) = \frac{2}{5}$

$P(C) = P(B \cup T) = P(B) + P(T) - P(B \cap T) = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} - \frac{2}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$ (en commun les mots AT et TA)

$P(D) = P(\bar{V}) = 1 - P(V)$ avec V l'évènement 'obtenir un mot de deux voyelles'. L'unique mot dans ce cas est le mot AA. Ainsi $P(D) = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$