

Exercices

Utiliser les formules

Exercice 1 :

Exprimez à l'aide de $\cos x$ et $\sin x$ les réels suivants :

$$A = \cos(\pi + x) + 2 \cos(2\pi + x) + 3 \cos(3\pi + x)$$

$$B = \sin(5\pi - x) + 2 \sin(-5\pi - x)$$

$$C = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$D = \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$$

Exercice 2 :

On donne a le réel défini par $\sin a = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $a \in [0; \frac{\pi}{2}]$

1. Démontrez que $\cos 2a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. Déduisez en la valeur exacte de a

Exercice 3 :

On sait que $\cos(x) = \frac{1}{3}$ et que $x \in [-\pi; 0]$

1. Calculez la valeur exacte de $\sin(x)$
2. Déterminer les valeurs exactes de :

$$\cos(4\pi - x) ; \sin(3\pi + x) ; \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) ; \sin\left(-\frac{5\pi}{2} - x\right)$$

Exercice 4 :

Donnez la mesure principale des angles suivants en radians, puis en degrés :

$$\alpha = \frac{29\pi}{4} \text{ et } \beta = -\frac{37\pi}{5}$$

Exercice 5 :

Démontrez les égalités suivantes pour tous réels x et y

1. $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin 2x$
2. $\cos(x + y) \cos(x - y) = \cos^2 x - \sin^2 y$

Résoudre une équation trigonométrique

Exercice 6 :

Résolvez dans \mathbb{R} les équations suivantes et représentez leurs solutions sur le cercle trigonométrique ci-contre :

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

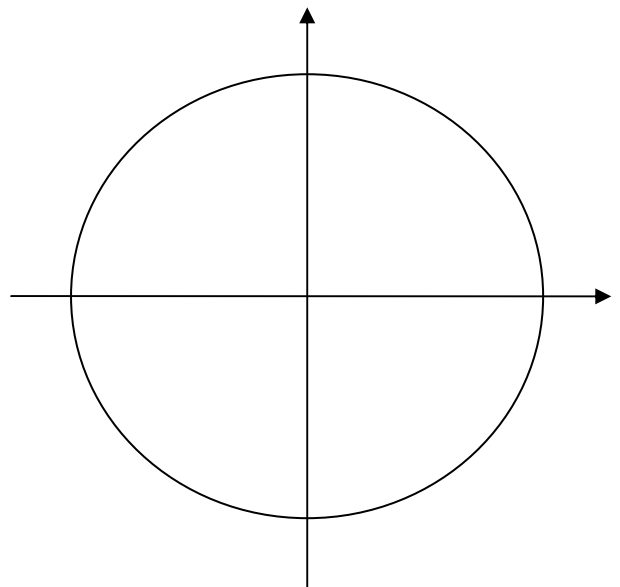
$$\sin 2x = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\sin 2x = \sqrt{2} \sin x$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$$

$$2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

$$\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = -1$$

**Exercice 7 :**

1. Résolvez dans \mathbb{R} l'équation $\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = -1$

2. Déterminez tous les réels vérifiant le système :

$$\begin{cases} x + y = \frac{2\pi}{3} \\ \cos x + \cos y = -1 \end{cases}$$

Utiliser des coordonnées polaires et des angles orientés

Exercice 8 :

Calculez les coordonnées polaires du point $B\left(\frac{12}{5} ; \frac{16}{5}\right)$

Exercice 9 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j})

1. Représentez les points $A(0 ; -2)$; $B(2 ; -2)$; $C(2 ; 0)$; $D(2 ; 2)$ et $E(0 ; 2)$ dans le plan.
Lire sur la figure les coordonnées polaires de chacun de ces points
2. Construire le point F de coordonnées polaires $\rho = 2$ et $\theta = -\frac{\pi}{3}$
Calculez ses coordonnées cartésiennes.
3. Soit G le milieu du segment $[BC]$
 - a. Donnez une valeur approchée à 1° près de l'angle $(\vec{i}, \overrightarrow{OG})$
 - b. Déduisez en une valeur approchée à 1° près de l'angle $(\overrightarrow{OG}, \overrightarrow{OF})$

Exercice 11 :

Le point A a pour coordonnées polaires $\rho = 2$ et $\theta = \frac{2\pi}{3}$. Calculez les coordonnées polaires, puis cartésiennes de l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$