Exercices

Fonction carré

Exercice 1 :

Déterminer les images par la fonction carré de :

$$-2 \ ; \ 1+\sqrt{2} \ ; \ -\frac{1}{3} \ ; \ 9 \ ; \ 3\sqrt{3}$$

Exercice 2 :

Déterminer les antécédents par la fonction carré de :

$$-2 \ ; \ 4 \ ; \ \frac{9}{16}$$

Exercice 3 :

Résoudre les équations suivantes :

1. $x^2 \geq 4$
2. $3x^2 + 3 = 0$
3. $x^2 = -3$
4. $x^2 - 5 < -4$
5. $x^2 = 0$
6. $(x+2)^2 = 3$

Exercice 4 :

Compléter les pointillés par le symbole $\leq$ ou par le symbole $\geq$:

$3^2 \ldots 4^2$ $0{,}1^2 \ldots 0{,}2^2$ $(-2)^2 \ldots (-3)^2$ $(-5)^2 \ldots (-9)^2$

Exercice 5 :

Sachant que $x \geq 0$, comparez $(x+4)^2$ et $(x+3)^2$
Sachant que $x \leq 0$, comparez $(x-2)^2$ et $(x-3)^2$

Exercice 6 :

Déterminez un encadrement de x^2 dans chacun des cas suivants :

$$x \in [2\,;3]$$
$$x \in [-3\,;\,-1]$$
$$x \in [-2\,;\,1]$$

Exercice 7 :

Déterminez le sens de variation des fonctions suivantes :
$f(x) = 3x^2$ définie sur l'intervalle $[2\,;15]$
$g(x) = -2(x+1)^2$ définie sur l'intervalle $[-1\,;+\infty]$
$h(x) = -4(x-2)^2$ définie sur l'intervalle $[-\infty\,;\ +\infty]$

Exercice 8 :

- Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-2)^2 + 5$
  a. Exprimez $f(x) - f(2)$ en fonction de x
  b. Démontrez que pour tout x, on a $f(x) - 5 \geq 0$
  c. En déduire le minimum de f sur $\mathbb{R}$ et en quel point ce minimum est atteint.

- Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2(x+1)(x+4)$
  a. Montrez que $f(x) = 2(x+\frac{5}{2})^2 - \frac{9}{2}$

En déduire que f admet un minimum. En quelle valeur est il atteint ?
  b. Résolvez $f(x) \geq 0$

Fonction inverse

Exercice 1 :

Déterminer les images par la fonction inverse de :

$$-2 \ ; \ \frac{3}{4} \ ; \ -\frac{1}{3} \ ; \ 9 \ ; \ 3\sqrt{3}$$

Exercice 2 :

Déterminer les antécédents par la fonction inverse de :

$$-2 \ ; \ 4 \ ; \ \frac{9}{16} \ ; \ 9$$

Exercice 3 :

1. Donner un encadrement de la fonction inverse sur les intervalles suivants :

$[1; 4]$ $\qquad$ $]-2; -1]$

2. Quel est le maximum de la fonction inverse sur l'intervalle $[3; 6]$?

Exercice 4 :

Déterminer, graphiquement, un encadrement de la fonction inverse sur l'intervalle $]-2; 0[\cup]0; 1]$.

Exercice 5 :

Déterminez la ou les valeurs interdites, si elles existent, des expressions suivantes :

$$\frac{2x-1}{x-1}$$

$$\frac{4}{5-2x}$$

$$\frac{2x}{(5x-1)(x-4)}$$

$$\frac{3x-4}{x^2-1}$$

$$2x+5-\frac{1}{x+2}$$

$$\frac{2x}{x^2-3}-\frac{5}{x(2-x)}$$

Exercice 6 :

Après avoir déterminé les éventuelles valeurs interdites, écrivez les expressions suivantes sous la forme d'un unique quotient puis simplifiez les le cas échéant :

$$\frac{4}{3x}-\frac{2x-4}{x+2}$$

$$\frac{2}{x}-\frac{x-1}{x+1}-\frac{3x}{x-2}$$

$$\frac{x+2}{x^2-x}-\frac{2x}{x^2-4}$$

$$-2+\frac{1}{(x-2)^2}$$

$$\frac{x+1}{x}+\frac{3}{x-1}-\frac{5x-2}{x^2-x}$$

Exercice 7 :

Déterminez le sens de variation des fonctions suivantes :

$f(x) = \dfrac{-2}{x-4}$

$g(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$

$h(x) = \dfrac{1}{x-3} - 1$

Exercice 8 :

Résolvez les équations et inéquations suivantes :

$\dfrac{-3}{x} - 5 = 1$

$\dfrac{2}{x+1} = 4$

$\dfrac{3}{1-x} \geq 1$

$\dfrac{1}{x+2} + \dfrac{1}{4} < 0$

Fonctions homographiques

Exercice 1 :

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{2x-2}{x+1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f
2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe représentative de f avec les axes du repère.
3. Montrer que

$$\forall x \neq -1, f(x) = 2 - \frac{4}{x+1}$$

Exercice 2 :

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$$

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = 4$.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 2x + 1$.

4. Vérifier les résultats graphiquement.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{x}{x-1}$$

1. Montrer que

$$\forall x \neq 1, f(x) = 1 + \frac{1}{x-1}$$

2. En déduire le sens de variation de la fonction f sur $]1; +\infty[$

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{4x+7}{2x+4}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Résoudre $f(x) = 3$.

Exercice 5 :

Parmi les fonctions suivantes, déterminer celles qui sont des fonctions homographiques.

$f(x) = \frac{-4}{6x-9}$	$g(x) = \frac{x^2-5}{2x+1}$
$h(x) = 1 + \frac{3}{x-4}$	$i(x) = \frac{2-7x}{3+8x}$