

Exercices

Utiliser la formule des probas conditionnelles

Exercice 1 :

On donne $(A \cup B) = 0.7$, $P(A) = 0.5$ et $P(B) = 0.4$.

Calculez $P(A \cap B)$ puis $P_A(B)$ et $P_B(A)$

Exercice 2 :

On lance un dé cubique parfaitement équilibré. On obtient un nombre pair. Quelle est la probabilité d'avoir fait un 6 ?

Exercice 3 :

Choisissons une famille de deux enfants au hasard. La probabilité de naissance est supposée identique pour les deux sexes. Calculer la probabilité des évènements :

A : 'la famille a deux filles'

B : 'l'aînée est une fille'

C : 'la famille a au moins une fille'

D : 'la benjamine est une fille'

Puis calculer $P_B(A)$, $P_C(A)$, $P_D(A)$, $P_A(C)$

Exercice 4 :

Dans un atelier de fabrication de processeurs, on produit 2 fois plus de processeurs de type A que de type B. La probabilité qu'un processeur de type A soit défectueux est de 0.05 et qu'un processeur de type B le soit est de 0.03. On prend au hasard un processeur parmi l'ensemble. Calculez la probabilité que le processeur soit :

1. De type A
2. De type B
3. Défectueux
4. De type A sachant qu'il est défectueux

Exercice 5 :

Trois dés cubiques sont placés dans une urne. Deux de ces dés sont normaux : leurs faces sont numérotées de 1 à 6. Le troisième dé est spécial : trois de ces faces sont numérotées 6, les trois autres 1.

On tire de l'urne, simultanément et au hasard deux dés parmi les trois, puis on les lance.

On nomme A l'évènement : 'les deux dés tirés sont normaux'

On nomme B l'évènement : 'les deux faces supérieures sont numérotées 6'

1. Calculez les probabilités des évènements A et \bar{A}
2. Calculez $P_A(B)$, puis $P(B \cap A)$
3. Calculez $P(B)$
4. Déduisez de ce qui précède $P_B(A)$

Exercice 6 :

Une urne U_1 contient 7 boules dont 4 rouges.

Une urne U_2 contient 9 boules dont 6 rouges.

On choisit au hasard une boule dans U_1 . Quelle est la probabilité que cette boule soit rouge ?

On choisit une urne au hasard et une boule dans cette urne.

1. Quelle est la probabilité que cette boule soit rouge ?
2. Sachant que cette boule est rouge, quelle est la probabilité pour qu'elle provienne de l'urne U_1 ?

Exercice 7 :

Dans une population donnée, on considère que 10% des individus sont porteurs d'un virus.

On a mis en place un test afin de détecter ces individus, qui donne les résultats suivants :

- Le test est positif dans 95% des cas si l'individu est porteur du virus
- Le test est positif dans 4% des cas si l'individu n'est pas porteur du virus

On notera M l'évènement 'l'individu est porteur du virus' et T 'le test est positif'

On choisit un individu au hasard dans la population

1. Déterminer la probabilité des évènements :
 - $M \cap T$

- 'L'individu n'est pas porteur et le test est positif'
2. Calculer la probabilité $P(T)$
 3. Calculer $P_T(M)$ puis $P_T(\bar{M})$

Exercice 8 :

1. On considère deux urnes. L'urne U_1 contient 4 boules bleues et 3 boules rouges. L'urne U_2 contient quand à elle 2 boules bleues et 5 boules rouges.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On jette en l'air une pièce parfaitement équilibrée.

- Si le résultat est pile, on tire une boule au hasard de l'urne U_1
- Si le résultat est face, on tire une boule au hasard de l'urne U_2

Soit F l'évènement 'on obtient face' et R l'évènement 'la boule tirée est rouge'

1. Calculer $P(F)$
2. Calculer $P_F(R)$ puis en déduire $P_F(\bar{R})$
3. Dessiner un arbre de probabilité complet
4. Déterminer $P(R)$
5. Calculer $P_R(F)$

Utiliser un arbre de probabilité

Exercice 9 :

Des données météorologiques nous donnent les informations suivantes pour un lieu donné :

- S'il fait sec un jour, il pleut le lendemain 1 fois sur 6
- S'il pleut un jour, il fait sec le lendemain 2 fois sur 3

A cet endroit, il a fait sec dimanche. Calculer les probabilités suivantes :

A : 'il fera sec mardi'

B : 'il pleuvra mercredi'

Exercice 10 :

Un test médical est utilisé pour détecter une maladie. Des essais ont montré que ce test appliqué à un individu malade est positif dans 90 % des cas. Appliqué à un individu sain, le test est négatif dans 80 % des cas.

On considère une certaine population dans laquelle 10% des individus sont atteints par cette maladie. On choisit un individu au hasard.

1. Dresser un arbre de probabilité complet.
2. En déduire la probabilité pour que le test soit positif.

Exercice 11 :

Des chasseurs ont transmis les statistiques suivantes : un quart des renards sont enragés et parmi les renards abattus, la moitié étaient enragés.

1. Soit p la probabilité pour qu'un renard soit abattu
Calculer en fonction de p la probabilité pour qu'un renard n'ayant pas été abattu soit tout de même enragé.
2. On considère le risque acceptable dès lors que la probabilité précédente p tombe en dessous de 0.15. Déterminer la plus petite valeur de p pour laquelle ce seuil est atteint.

Reconnaître des v.a indépendantes

Exercice 12 :

Sur une année, la probabilité qu'un individu attrape la grippe est de 0.4. La probabilité qu'il attrape une autre maladie est de 0.2. On suppose que le fait d'attraper la grippe ou une autre maladie sont deux événements indépendants.

Calculez la probabilité que cet individu contracte au moins l'une des deux maladies en un an ?

Exercice 13 :

On lance deux fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée. Déterminer si les événements qui suivent sont indépendants deux à deux.

- A : 'la première pièce donne pile'
- B : 'la première pièce donne face'
- C : 'on obtient face avec une pièce et pile avec l'autre'

Exercice 14 :

Six couples, dont le couple Dupont, dinent ensemble. On tire au sort de manière équiprobable quatre personnes pour faire la vaisselle. On considère les événements :

- A : 'aucun homme n'est désigné'
- B : 'monsieur Dupont est désigné'

C : 'deux couples sont désignés'

1. Les événements A et B sont ils incompatibles ? Indépendants ?
2. Les événements B et C sont ils incompatibles ? Indépendants ?

Exercice 15 :

On lance deux dés cubiques parfaitement équilibrés.

Calculer la probabilité des événements suivants :

A : 'la somme des chiffres obtenus est égale à 9'

B : 'au moins l'un des deux dés est marqué 4'

Puis en déduire :

1. Les événements sont ils incompatibles ?
2. Les événements sont ils indépendants ?
3. Refaire l'exercice avec la somme égale à 8 et l'un des deux dés marqués 3 ? (non corrigé)

Problèmes

Problème 1 :

Le digicode d'un immeuble est composé des touches 1, 2, 3, 4, 5, 6 et A, B, C, D. Le code est composé de deux chiffres distincts et deux lettres. Sachant que le code doit être tapé dans l'ordre, déterminer la probabilité de trouver le code du premier coup dans chacun des cas suivants :

1. Je ne connais pas le code
2. Je sais que les deux chiffres sont pairs
3. Je sais de plus que les deux lettres sont les mêmes

Problème 2 :

Trois archers tirent en même temps sur une cible de manière indépendante.

Quelle est la probabilité pour la cible d'être touchée par au moins l'un des trois archers ?

(on exprimera tout d'abord cette probabilité en fonction des différentes probabilités de chacun des archers de toucher la cible, puis on appliquera avec 0,1 0,2 et 0,3)

Problème 3 :

Un groupe de 22 personnes décide d'aller au cinéma deux samedis de suite pour aller voir deux films A et B . Le premier samedi, 8 personnes vont voir le film A et les autres vont voir le film B .

Le second samedi 4 personnes décident de revoir le film A , 2 vont revoir le film B et les autres vont voir le film qu'ils n'ont pas vu la semaine précédente.

Après la seconde séance, on interroge au hasard une personne de ce groupe. On considère les événements suivants :

A_1 : 'la personne interrogée a vu le film A le premier samedi'

A_2 : 'la personne interrogée a vu le film A le deuxième samedi'

B_1 : 'la personne interrogée a vu le film B le premier samedi'

B_2 : 'la personne interrogée a vu le film B le deuxième samedi'

1.

- a. Calculez les probabilités $P(A_1)$ et $P(B_1)$
- b. Calculez les probabilités $P_{A_1}(A_2)$, $P_{B_1}(A_2)$ et $P(A_1 \cap A_2)$
- c. Représentez cette situation à l'aide d'un arbre pondéré

2. Le prix d'un billet pour le film A est de 9 euros et de 7 euros pour le film B .

On appelle X la variable aléatoire égale au coût total, pour la personne interrogée, des deux séances de cinéma.

- a. Déterminez la loi de probabilité de la variable X
- b. Déterminez l'espérance mathématique de X et donnez une interprétation du résultat.