

Exercices

Calculer une limite en l'infini

Exercice 1 :

Déterminez les limites en $+$ et $-\infty$ des fonctions suivantes :

$$f(x) = 3x^3 - x^2 - 5x + 1$$

$$g(x) = \frac{2x - 3}{x + 5}$$

Déterminez les éventuelles asymptotes des fonctions f et g

Exercice 2 :

Calculez les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 2x + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 - x - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 1}{1 - 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1}{2 + x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{1 + x^2}}$$

Calculer une limite en un point

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x - 1}{-x^2 + 3x + 10}$$

Déterminez les limites de f en -2 et 5 puis interprétez graphiquement ces résultats.

Exercice 4 :

Calculez les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2(x - 2) + 4$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x < 4}} \frac{1}{2x^2 - 7x - 4}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \frac{3}{2} \\ x < \frac{3}{2}}} -1 + \frac{4}{(2x - 3)^2}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x - 3}$$

Déterminer l'équation d'une asymptote

Exercice 5 :

Déterminez les éventuelles asymptotes des fonctions suivantes :

$$x^2 + x + 2$$

$$\frac{1}{x + 2}$$

$$\frac{5}{2x - 3} + 7$$

$$x - 1 + \frac{1}{2x + 1}$$

Exercice 6 :

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$$

Montrer que la droite d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à la courbe représentative de f .

Calculer la limite d'une fonction composée

Exercice 7 :

Calculez la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x + 3}$$

Exercice 8 :

Calculez les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x + 1}{1 - 2x} \right)^2$$

Problèmes

Problème 1 :

On considère la fonction f définie sur son ensemble de définition D_f par $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$

1. Déterminez D_f
2. Déterminez les limites de f aux bornes de D_f
3. Déterminez les asymptotes éventuelles à la courbe représentative de f

Problème 2 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ par $f(x) = \frac{2x^2 - 11x + 1}{x - 5}$

1. Déterminez les réels a, b et c tels que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$ on ait $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-5}$
2. Calculez les limites f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Interprétez graphiquement les résultats obtenus

Problème 3 :

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 7x - 1}{2x - 1}$$

1. Déterminer a, b et $c \in \mathbb{R}$ tels que

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{2x - 1}$$

2. Montrer que \mathcal{C}_f admet la droite Δ d'équation $y = -x + 3$ comme asymptote oblique en $-\infty$ et $+\infty$.
3. Étudier la position de \mathcal{C}_f par rapport à Δ .