Exercices

Utiliser les suites arithmétiques

Exercice 1 :

Une suite arithmétique $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ a pour premier terme $U_1 = 5$ et pour centième terme $U_{100} = 38$.

1. Calculez sa raison, puis exprimez U_n en fonction de n
2. Calculez la somme S de ses cent premiers termes

Exercice 2 :

1. Calculez la somme S de tous les entiers de 1 à 1000
2. Calculez la somme T de tous les entiers impairs de 1 à 999

Exercice 3 :

Les questions suivantes sont indépendantes.

- La suite arithmétique U_n a pour raison $r = 8$. De plus $U_{100} = 650$. Calculez U_0
- Calculez la somme $1 + 2 + 3 + \cdots + 998 + 999$
- Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = U_n + \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Démontrez que cette suite est arithmétique et précisez sa raison.

Utiliser les suites géométriques

Exercice 4 :

On considère une suite géométrique $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ de raison $q = 3$. On sait que $U_7 = 729$

1. Calculez U_1
2. Calculez $S = U_1 + U_2 + \ldots + U_{11}$. Donnez le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 5 :

Les questions suivantes sont indépendantes.

- La suite géométrique U_n a pour raison $q = -2$. De plus $U_5 = 16$. Calculez U_0
- Calculez la somme :

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^{38}}$$

- Application :

  Un étudiant loue une chambre pour une durée de 3 ans. On lui propose deux types de bail.

  1ère solution : un loyer de 200 € pour le 1er mois puis une augmentation de 5 € par mois jusqu'au terme du bail

  2ème solution : un loyer de 200 € pour le 1er mois puis une augmentation de 2% par mois jusqu'au terme du bail.

  1. Calculez pour chacun des deux contrats les loyers des deuxièmes et troisièmes mois.
  2. Calculez pour chacun des deux contrats le loyer du dernier mois (le 36ème).
  3. Quel est la solution la moins onéreuse pour une durée **totale** de 3 ans ? (c'est-à-dire 36 mois)

Etudier le sens de variation d'une suite

Exercice 6 :

Les questions suivantes sont indépendantes.

- Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite de terme général $U_n = 3n - 2$. Etudiez son sens de variation.
- Etudiez le sens de variation de la suite $U_n = n + \frac{1}{n}$ pour $n \in \mathbb{N}^*$
- Etudiez le sens de variation de la suite $U_n = (\frac{1}{3})^n$

Problèmes

Problème 1 :

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - \frac{3}{2} \end{cases}$$

1. Calculez U_1 et U_2

   On considère par ailleurs la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de terme général $V_n = U_n + 3$
2. Démontrez que la suite (V_n) est géométrique
3. Exprimez V_n puis U_n en fonction de n.
4. Etudiez les variations de la suite (V_n) puis de (U_n)
5. Calculez la somme $S = U_0 + U_1 + \ldots + U_{10}$

Problème 2 :

Soit (U_n) la suite définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n}{2U_n + 1} \end{cases}$$

1. Calculez U_1, U_2 et U_3
2. On considère la suite de terme général $V_n = \frac{1}{U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
   a. Démontrez que la suite (V_n) est arithmétique
   b. Exprimez V_n puis U_n en fonction de n

Problème 3 :

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{3}U_n + 2 \end{cases}$$

Et (V_n) la suite de terme général $V_n = U_n - 3 \ \forall n \ \in \mathbb{N}$

1. Démontrez que la suite (V_n) est géométrique
2. Exprimez V_n puis U_n en fonction de n