Exercices :

Utiliser les propriétés des polynômes

Exercice 1 :

- La fonction $f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x-1}$ est elle un polynôme ? Si oui, quel est son degré ?
- La fonction $f(x) = (x-1)(x+2)(6-5x)$ est elle un polynôme ? Si oui, quel est son degré ?
- La fonction $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$ admet elle un extremum sur $\mathbb{R}$? Si oui est-ce un maximum ou un minimum ? Donnez sa valeur si elle existe

Mettre un trinôme sous sa forme canonique

Exercice 2 :

Mettez les polynômes suivants sous la forme canonique :

$x^2 - 5x + 4$

$-3x^2 + 5x + 1$

Exercice 3 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x + 1$

1. Mettez $f(x)$ sous sa forme canonique
2. Déterminez le sens de variation de f et dressez son tableau de variations
3. Déterminez les coordonnées des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses.

Résoudre une équation du second degré

Exercice 4 :

Résolvez les équations suivantes :

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$x^2 - 2 = 1$

$x^2 - x - 1 = 0$

$(x+1)(x^2 - 4x - 5) = (2 - x)(3x^2 - 14x - 5)$

Exercice 5 :

Résolvez les équations suivantes :

$3x^2 - x + 2 = 0$

$2x^2 - 4x = 30$

$5x(x+1) = -2(2x-1)$

$x^3 - x^2 + 5x = 0$

Exercice 6 :

Soient P et Q les polynômes définis sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = x^2 - 4x - 5$ et $Q(x) = 3x^2 - 14x - 5$

1. Vérifiez que P et Q ont une racine commune
2. Résolvez l'équation $(x+1)(x^2 - 4x - 5) = (2 - x)(3x^2 - 14x - 5)$

Résoudre une inéquation du second degré

Exercice 7 :

Résolvez les inéquations suivantes :

$2x^2 + 3x - 2 \geq 0$

$x(x-1) > -1$

$\dfrac{2x+1}{-x^2 + 2x + 3} < 0$

$(x-1)(x^2+4) < 2(x-1)(x^2 - x + 3)$

Exercice 8 :

Résolvez les inéquations suivantes :

$x^2 - 5x + 4 \leq 0$

$x(x+2) > x+3$

$-2x^2+3x \geq 5$

$\frac{1-x}{1+x} \geq 4x+5$

$\frac{-2x+1}{x^2-3x+2} \leq 1$

Exercice 9 :

- ✓ Soit $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$
  1. Factorisez P en produit de deux polynômes du second degré
  2. Résolvez l'inéquation $P(x) \geq 0$
- ✓ Soit f la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$
  1. Calculez $f(4)$. Déduisez en une factorisation de f
  2. Etudiez le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x

Résoudre une équation / inéquation de degré supérieur ou égal à 3

Exercice 10 :

- ➢ Résolvez les équations suivantes :

$x^3 - x^2 + 5x = 0$

$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Exercice 11 :

- ➢ Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$
  1. Calculez $f(4)$
  2. Déterminez les réels a, b et c tels que $f(x) = (x-4)(ax^2+bx+c)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
  3. Factorisez $f(x)$ au maximum.
  4. En déduire le signe $f(x)$ suivant les valeurs de x.

Problèmes

Problème 1 :

Un champ rectangulaire a pour périmètre 230 m et pour surface 3000 m². Déterminez ses dimensions.

Problème 2 :

Déterminez le réel positif qui ajouté à sa racine donne 600.

Problème 3 :

- ✓ Déterminez deux entiers naturels consécutifs dont le produit vaut 16002
- ✓ Trouvez une équation du second degré ayant pour solutions 2 et 3
- ✓ Montrez que deux réels a et b ont pour somme S et produit P si et seulement si ils sont solutions de l'équation $x^2 - Sx + P = 0$