Exercices

Représenter des vecteurs graphiquement

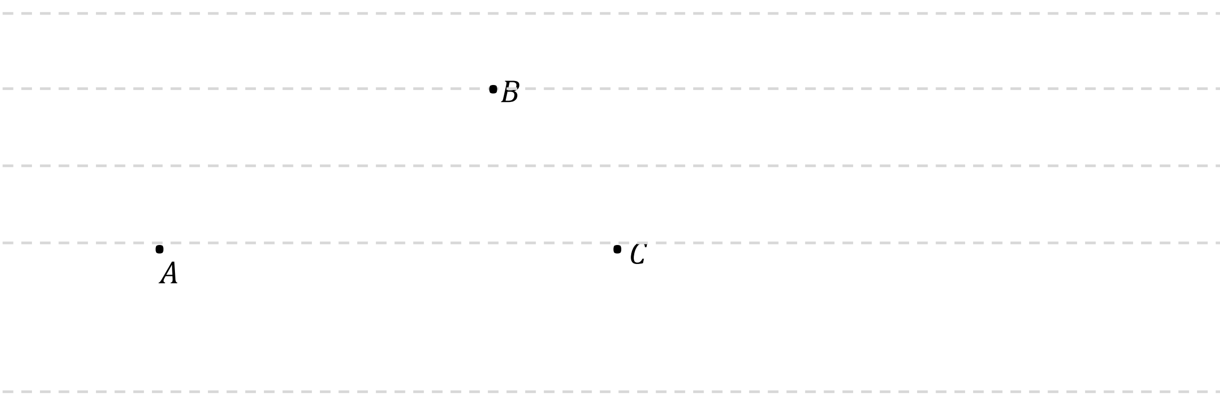
Exercice 1 :

Représentez sur le quadrillage ci dessous les points M, N, P tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{PC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{2AC}$$



Démontrer à l'aide de la relation de Chasles

Exercice 2 :

Soient les points A, B, C, D tels que $2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

Démontrez que le point D est le milieu du segment $[BC]$

Exercice 3 :

Démontrez que si les points A, B, C, D et E vérifient $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$ alors le quadrilatère $BCDE$ est un parallélogramme

Exercice 4 :

Soit M le point défini par la relation

$$\overrightarrow{2MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$$

1. Justifiez l'alignement des points A, B et M
2.
    a. A l'aide de la relation de Chasles, exprimez $\overrightarrow{MB}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{AB}$
    b. Déduisez en l'expression de $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$
    c. Sachant que $AB = 5cm$, placez le point M sur une figure annexe

Utiliser les coordonnées de vecteurs

Exercice 5 :

Soient les points $(-1\,;-2)$, $B(3\,;1)$ et $C(0\,;\,2)$

Calculez les coordonnées du point M tel que $ABCM$ soit un parallélogramme

Exercice 6 :

Soient les points $(1\,;-2)$, $B\left(0\,;\frac{3}{2}\right)$ et $C(2\,;\,1)$

Calculez les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$. Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$?

Exercice 7 :

On donne les points $A(\frac{3}{4}\,;-\frac{1}{3})$ et $B(-\frac{5}{6}\,;\,\frac{7}{6})$

1. Déterminez les coordonnées du point I milieu de $[AB]$
2. Déterminez les coordonnées du point S, symétrique de A par rapport à B
3. Déterminez la distance AB

Exercice 8 :

Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

Soient $A(-4\,;3)$, $B(3\,;-2)$, $C(-5\,;\,-4)$ et $G(x_G\,;\,y_G)$

1. Exprimez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{GC}$ en fonction de x_G et y_G
2. Déterminer les valeurs de x_G et y_G pour lesquelles on aura la relation :
$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

3. Soit $M(5\,;6)$. Le point G étant celui défini ci-dessus, déterminez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ et $3\overrightarrow{MG}$. Que constatez vous ?
4. Dans cette question , vous n'utiliserez plus les coordonnées des points ou celles des vecteurs
   a. Exprimez $\overrightarrow{MA}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{MG}$ et $\overrightarrow{GA}$
   b. En décomposant de la même manière les vecteurs $\overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MC}$, retrouvez le résultat de la question 3. Ce résultat dépend t'il de la position du point M ?

Utiliser la colinéarité de vecteurs

Exercice 9 :

- Soient les points $(3\,;2)$, $B(7\,;-3)$; $C(-1\,;-\frac{1}{2})$ et $D(1\,;-3)$
  Les droites (AB) et (CD) sont elles parallèles ?

- Soient les points $A(3\,;2)$, $B(7\,;3)$ et $C(15\,;\,5)$
  Les points A, B et C sont ils alignés ?

Exercice 10 :

Soient les points A$(-2\,;1)$, $B(-1\,;4)$ et $C(2\,;\,3)$

1. Soit M le symétrique de A par rapport à B
   Soit N le symétrique de A par rapport à C
   Calculez les coordonnées des points M et N
2. Soient P et Q les points définis par $\overrightarrow{AP}=-3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AQ}=-3\overrightarrow{AC}$
   a. Calculez les coordonnées des points P et Q
   b. Démontrez que les droites (MN) et (PQ) sont parallèles

Problèmes

Problème 1 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme.

1. Construisez les points E, F, G tels que $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{2DB}$, $\overrightarrow{CF}=5\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BG}=3\overrightarrow{AB}$
2. Exprimez $\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{GF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$
3. Démontrez que les points E, F et G sont alignés.

Problème 2 :

Soient A, B, C trois points non alignés.

Soit D le point défini par $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

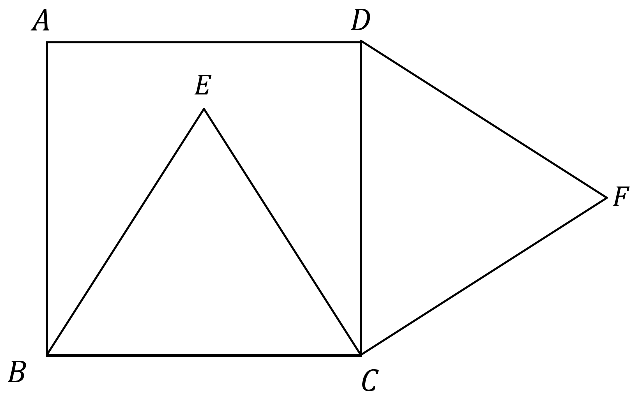
La parallèle à (AB) menée par D coupe (AC) en M. La parallèle à (AC) menée par D coupe (AB) en N.

On munit le plan du repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

1. Calculez les coordonnées des points M, N et D
2. Soit K le milieu de $[AC]$. Démontrez que les droites (MN) et (BK) sont parallèles.

Problème 3 :

Sur la figure, $ABCD$ est un carré de côté 1 et les triangles BCE et CFD sont équilatéraux.



On utilisera dans la suite le repère $(B, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$

1.
   a. Donnez les coordonnées des points B, C, D et A dans le repère précité
   b. Calculez la hauteur du triangle BEC. En déduire les coordonnées de E
   c. Calculez les coordonnées du point F
2. Déduisez en que les points A, E et F sont alignés