- Fonctions usuelles -

Principe

La plupart des fonctions, quelles que soient leur complexité, sont conçues à partir de fonctions de base, dites usuelles. Il est essentiel de connaître leur fonctionnement avant de prétendre appréhender des fonctions plus complexes.

L'essentiel du cours

FONCTION CARRE

- **Définition :**

La fonction carré est la fonction qui à un réel x associe son carré, soit x multiplié par lui-même. Elle est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2$$

- **Sens de variation :**

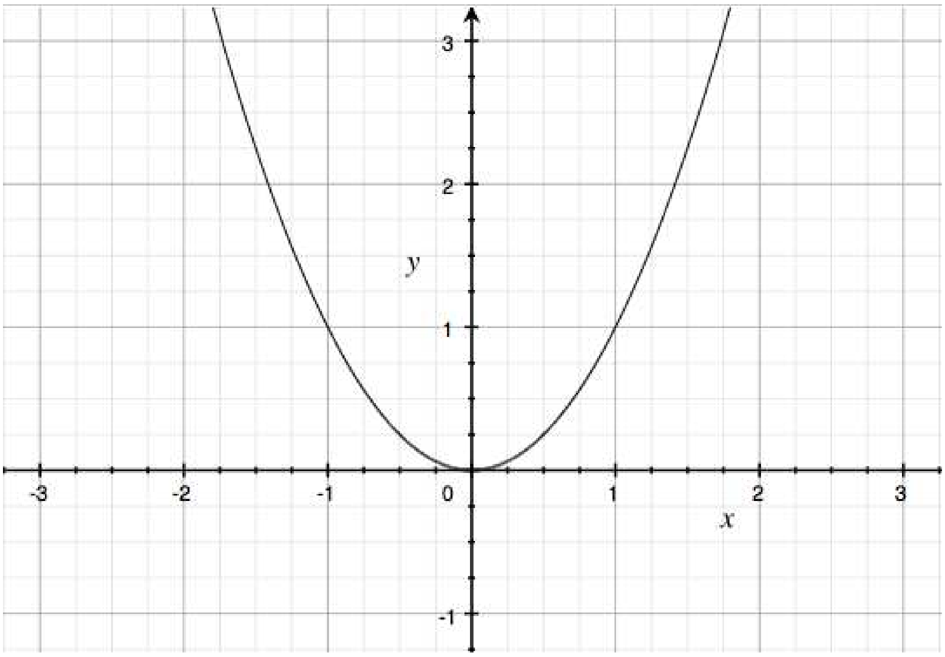
La fonction carré est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$ et strictement croissante sur $[0; +\infty[$

Son tableau de variation est :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

On remarque que la fonction carré est une fonction positive ou nulle.

- **Représentation graphique :**



Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction carré est une parabole de sommet O.

L'axe des ordonnées est son axe de symétrie. C'est une fonction paire.

- **Résolution de l'équation $x^2 = k$; $k \in \mathbb{R}$**

Pour résoudre cette équation graphiquement, il faut trouver les abscisses des points d'intersection entre la droite d'équation $y = k$ et la courbe représentative de la fonction carré.

Propriété :

Soit $k \in \mathbb{R}$. L'équation $x^2 = k$ admet :

- Aucune solution si $k < 0$
- 0 pour solution si $k = 0$
- Deux solutions si $k > 0$: $\sqrt{k}$ et $-\sqrt{k}$.

- **Résolution d'inéquation**

Soit $k \in \mathbb{R}$.

- L'équation $x^2 > k$ admet pour solution l'ensemble $S = \left]-\infty; -\sqrt{k}\right[\cup \left]\sqrt{k}; +\infty\right[$
- L'équation $x^2 \geq k$ admet pour solution l'ensemble $S = \left]-\infty; -\sqrt{k}\right] \cup \left[\sqrt{k}; +\infty\right[$
- L'équation $x^2 < k$ admet pour solution l'ensemble $S = \left]-\sqrt{k}; \sqrt{k}\right[$
- L'équation $x^2 \leq k$ admet pour solution l'ensemble $S = \left[-\sqrt{k}; \sqrt{k}\right]$

FONCTION INVERSE

- **Définition :**

La fonction inverse est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

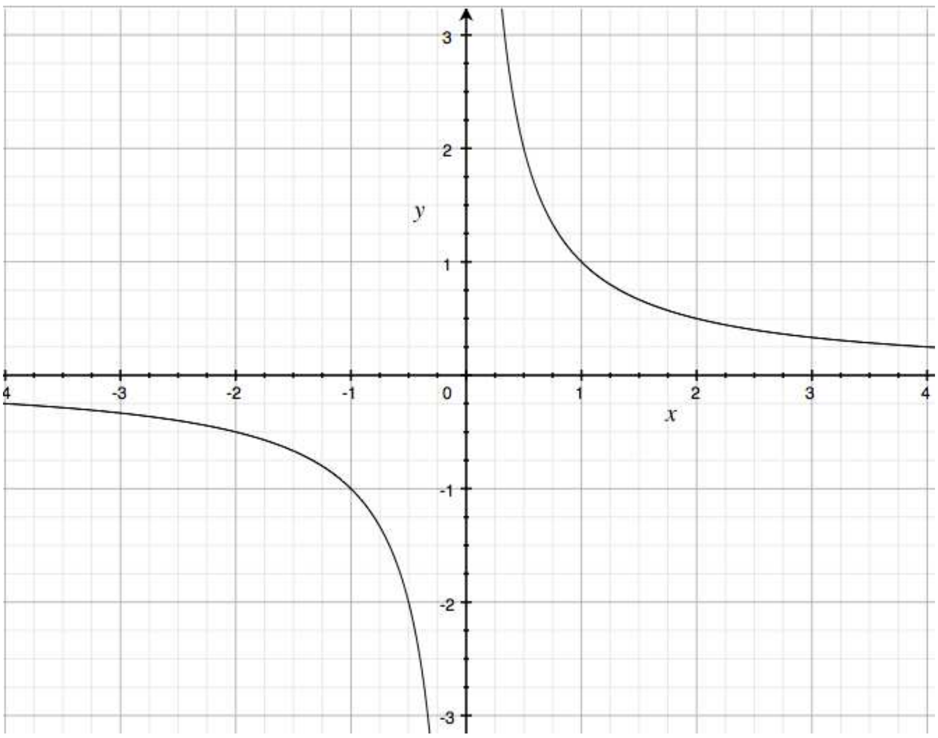
- **Sens de variations :**

La fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$.

Son tableau de variation est :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$

- **Représentation graphique :**



Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction inverse est une hyperbole de centre O.

FONCTION HOMOGRAPHIQUE

- **Définition :**

La fonction homographique est formée d'un quotient de deux fonctions affines.

Soit a, b, c et d des nombres réels tels que $c \neq 0$.

La fonction f définie par

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

est appelée fonction homographique.

Cette fonction est définie sur l'intervalle $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$. En effet, il faut que $cx + d \neq 0$.

- **Représentation graphique :**

La courbe représentative d'une fonction homographique dans un repère orthonormal (O, I, J) est appelée une hyperbole. Elle admet un centre de symétrie.

- **Equations quotients :**

Soit a, b, c et d des nombres réels tels que $c \neq 0$, $a \neq 0$ et $ad - bc \neq 0$.

L'équation $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$ a un sens pour $x \neq -\frac{d}{c}$ et son unique solution est $-\frac{b}{a}$.

- **Inéquations quotients :**

Le quotient de deux réels de même signe est positif.

Le quotient de deux réels de signes différents est négatif.

Le signe d'une fonction homographique dépend du signe de son numérateur et du signe de son dénominateur.