- Etude de fonctions -

Principe

Le nombre dérivé $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à f en a.

On sait par ailleurs qu'une tangente (ou plus généralement une fonction affine) est croissante (respectivement décroissante) si son coefficient directeur est positif (respectivement négatif).

On en conclut que le sens de variation d'une fonction est donné par le signe de sa dérivée.

L'essentiel du cours

SENS DE VARIATION D'UNE FONCTION DERIVABLE

THEOREME FONDAMENTAL

Si f est une fonction dérivable sur un intervalle I et f' sa dérivée, pour tout $x \in I$ on a :

- si $f'(x) > 0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I
- si $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I
- si $f'(x) = 0$ alors la fonction f est constante sur I

EXTREMUM

Si f est une fonction définie sur un intervalle I et $x_0 \in I$

- f admet un maximum sur I en x_0 si et seulement si, pour tout $x \in I, f(x) \leq f(x_0)$
- f admet un minimum sur I en x_0 si et seulement si, pour tout $x \in I, f(x) \geq f(x_0)$
- f admet un extremum sur I en x_0 si et seulement si f admet un maximum ou un minimum sur I en x_0

Remarques :

1. *On dit que le réel M est un majorant de f sur I si et seulement si $\forall x \in I, f(x) \leq M$. Le maximum de f est ainsi le plus petit de ses majorants.*
   On dit que le réel m est un minorant de f sur I si et seulement si $\forall x \in I, f(x) \geq m$. Le minimum de f est ainsi le plus grand de ses minorants.

2. *Si l'on considère la fonction sur un intervalle $J \subset I$, f pourra admettre sur J ce que l'on appelle un extremum local. La plus grande valeur de f sur J sera ainsi un maximum local, qui ne sera pas nécessairement identique au maximum de f sur I*

SYMETRIE D'UNE COURBE : PARITE

- **<u>Fonction paire ou impaire</u> : Rappel**

- On dit que f est paire si $f(-x) = f(x)$
- On dit que f est impaire si $f(-x) = -f(x)$

Remarque : La courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, la courbe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère.

- **<u>Axe de symétrie</u> :**

La droite d'équation $y = a$ est axe de symétrie pour la courbe de f si et seulement si $\forall h \in \mathbb{R}$,

$$f(a+h) = f(a-h)$$

- **<u>Centre de symétrie</u> :**

Le point $I(a\,,b)$ est centre de symétrie pour la courbe de f si et seulement si $\forall h \in \mathbb{R}$,

$$\frac{f(a+h)+f(a-h)}{2} = b$$

Remarque : une autre méthode consiste à effectuer un changement d'origine (voir fiche M3)