- Fonctions logarithme -

Principe

Le logarithme naturel (ou népérien) de x est la puissance à laquelle il faut elever e pour trouver x. En d'autres termes, l'unique solution de l'équation $e^t = x$ est la fonction logarithme népérien, notée $\ln x$.

On dira d'un phénomène qu'il suit une progression logarithmique si sa croissance est de plus en plus faible au fur et à mesure du temps.

L'essentiel du cours

PROPRIETES

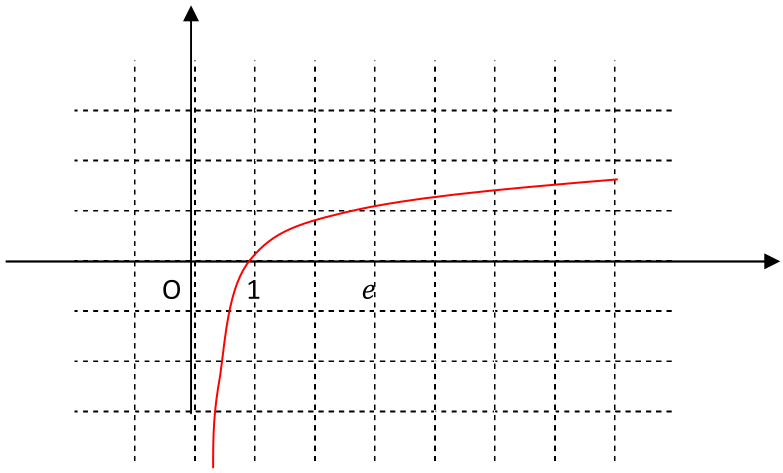
- $\ln 1 = 0$
- $\ln e = 1$
- $\ln(x \times y) = \ln x + \ln y$
- $\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$
- $\ln x^n = \mathrm{n} \ln x$

LIMITES, TABLEAU DE VARIATION ET GRAPHIQUE

$\lim_{x \to 0} \ln x = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

x	0	1	e	$+\infty$
e^x	$-\infty$	0	1	$+\infty$



LIMITES DE CROISSANCE COMPAREE

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ $\lim\limits_{x \to 0} x \ln x = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0 \quad \alpha > 0$ $\lim\limits_{x \to 0} x^\alpha \ln x = 0 \quad \alpha > 0$

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

DERIVEE

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

FONCTION PUISSANCE : EXPONENTIELLE DE BASE a

$\forall x > 0, \forall \alpha \in \mathbb{R},$ $x^\alpha = e^{\alpha \ln x}$

Remarque : Ne confondez pas le logarithme népérien noté $ln\, x$ avec le logarithme décimal, noté $log\, x$. On aura $log\, x = \frac{ln\, x}{ln\, 10}$