- Probabilités conditionnelles -

Principe

La notion de probabilité conditionnelle permet de tenir compte dans une prévision d'une information complémentaire.

Par exemple, si je tire au hasard une carte d'un jeu, j'estime naturellement à une chance sur quatre la probabilité d'obtenir un cœur ; mais si j'aperçois un reflet rouge sur la table, je corrige mon estimation à une chance sur deux. Cette seconde estimation correspond à la probabilité d'obtenir un cœur sachant que la carte est rouge. Elle est conditionnée par la couleur de la carte ; donc **conditionnelle**.

L'essentiel du cours

PROBABILITES CONDITIONNELLES

Définition : Supposons que $P(B) \neq 0$. Alors on appelle probabilité de A sachant B, notée $P_B(A)$ le quotient :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Propriété : $P_B(A) + P_B(\bar{A}) = 1$

Remarque : Cette définition nous permet de calculer $P(A \cap B)$ de deux manières différentes :

$$P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A) = P(A) \times P_A(B)$$

PROBABILITES TOTALES

Soient A et B deux évènements tels que $P(B) \neq 0$ et $P(\bar{B}) \neq 0$, on aura :

$$P(A) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A}) = P(B) \times P_B(A) + P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(A)$$

Remarque : Plus généralement,

$$P(A) = \sum_{i \in I} P_{B_i}(A) \times P_{B_i}$$

INDEPENDANCE

Définition : On dit que deux évènements A et B sont indépendants ssi

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Propriété : Si A et B sont deux évènements indépendants tels que $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$, alors $P_B(A) = P(A)$ et $P_A(B) = P(B)$

Remarque : Il ne faut surtout pas confondre deux évènements indépendants avec deux évènements incompatibles ! On dit que deux évènements sont incompatibles si et seulement si $A \cap B = \emptyset$. *(et donc* $P(A \cap B) = 0$*) Ce qui n'est manifestement pas la même chose.*