- Fonction exponentielle-

Principe

En mathématiques, la fonction exponentielle est la fonction notée $\exp(x)$ ou e^x, qui est sa propre dérivée et qui prend la valeur 1 en 0.

Elle est utilisée pour modéliser des phénomènes dans lesquels une différence constante sur la variable conduit à un rapport constant sur les images.

Par ailleurs, on dira d'un phénomène qu'il suit une croissance exponentielle dès lors qu'il croîtra de plus en plus rapidement en fonction du temps.

L'essentiel du cours

DEFINITION

Il existe une unique fonction non nulle, dérivable sur $\mathbb{R}$, telle que :

$$\begin{cases} f' = f \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

qui soit solution de l'équation différentielle $f' = kf$.

Cette fonction est appelée fonction exponentielle.

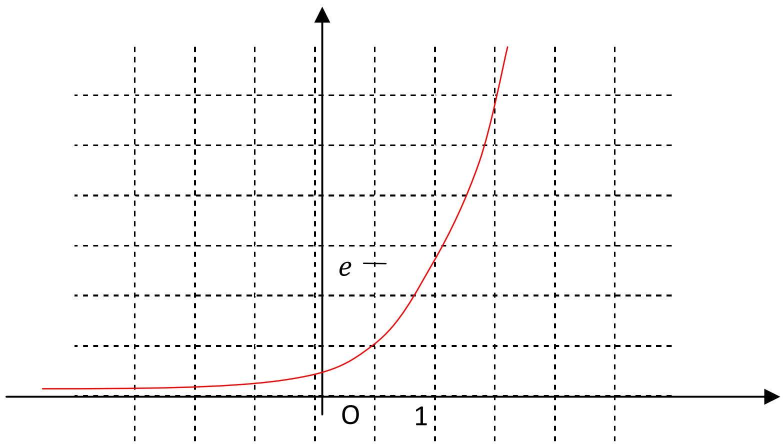
PROPRIETES

- $e^0 = 1$
- $e^1 = e$
- $e^{x+y} = e^x \times e^y$
- $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$
- $\frac{1}{e^y} = e^{-y}$
- $(e^x)^n = e^{nx}$

LIMITES, TABLEAU DE VARIATION ET GRAPHIQUE

$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$ $\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
e^x	0	1	e	$+\infty$



LIMITES DE CROISSANCE COMPAREE

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ $\lim_{x \to -\infty} x e^x = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty \quad \alpha > 0$ $\lim_{x \to -\infty} x^\alpha e^x = 0 \quad \alpha > 0$

DERIVEE

$(e^x)' = e^x$ $(e^u)' = u'e^u$

FONCTION PUISSANCE

$$\forall x > 0, \forall \alpha \in \mathbb{R}, \qquad x^{\alpha} = e^{\alpha \ln x}$$