- Limites et asymptotes -

Principe

Rechercher la limite d'une fonction, c'est déterminer de quelle valeur cette fonction s'approche lorsque la variable x prend des valeurs extrêmes.

En pratique, une limite n'est rien d'autre qu'une estimation de la valeur d'une fonction en un point où l'on est incapable de calculer son image. Par exemple, si l'on considère la fonction $f(x) = \frac{1}{x}$ il est impossible de déterminer $f(0)$ car l'on ne peut diviser par 0 : on parlera dès lors non plus d'image en 0, mais de <u>limite</u> en 0, notée $\lim_{x\to 0} f(x)$.

L'essentiel du cours

LIMITES

- **<u>Limites de fonctions usuelles</u> :**

$\lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$; $\lim_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$ (également vrai pour tout x^n, avec n pair)
$\lim_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$; $\lim_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$ (également vrai pour tout x^n, avec n impair)
$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$
$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$; $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0$; $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$; $\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$

- **<u>Les opérations sur les limites</u> :**

$$\lim(f+g) = \lim f + \lim g$$

$$\lim(f-g) = \lim f - \lim g$$

$$\lim(f\times g) = \lim f \times \lim g$$

$$\lim \frac{f}{g} = \frac{\lim f}{\lim g}$$

- **<u>Les formes indéterminées</u> :**

Somme : $+\infty - \infty$
Produit : $\pm\infty \times 0$
Quotient : $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ et $\frac{\mathrm{n'importe\ quelle\ valeur}}{0}$

ASYMPTOTES

Si $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = a$ alors la droite d'équation $y = a$ est une asymptote horizontale à la courbe.

Si $\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty$ alors la droite d'équation $x = a$ est une asymptote verticale à la courbe.

Si $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) - (ax + b) = 0$ alors la droite d'équation $y = ax + b$ est une asymptote oblique à la courbe.

ILLUSTRATION :