- Fonctions affines et linéaires -

Principe

Une fonction affine est une fonction obtenue par addition et/ou multiplication de la variable x par des constantes. Elle s'écrit sous la forme $y = ax + b$, ou a et b ne dépendent pas de x et appartiennent à $\mathbb{R}$.

Les fonctions affines sont toutes représentées dans le plan par une droite.

Les fonctions affines sont également appelées polynômes de degré inférieur ou égal à 1.

L'essentiel du cours

GENERALITES

- **Définition :**

Une fonction affine est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, avec a et b réels.

- Si $a = 0$, f est une fonction constante : $f(x) = b$.
- Si $b = 0$, f est une fonction linéaire : $f(x) = ax$.

Une fonction affine est représentée dans le plan par une droite.

- a est appelé coefficient directeur (ou pente) de la droite.
- b est appelé ordonnée à l'origine de la droite.

Propriété :

Soit $A(x_A\,, y_A)$ et $B(x_B\,, y_B)$, le coefficient directeur de la droite (AB) vaut :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

- **Sens de variation :**

Soit f une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.

- Si $a > 0$ alors la fonction f est strictement croissante.
- Si $a < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante.

- Si $a = 0$ alors la fonction f est strictement constante.

- **<u>Tableaux de signes et de variations d'une fonction affine</u> :**

Soit f une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$.

Deux possibilités :

Si <u>$a > 0$</u> alors la fonction f est strictement croissante et son signe sera définie par le tableau suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

<u>Tableau de variation :</u>

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	

Si <u>$a < 0$</u> alors la fonction f est strictement décroissante et son signe sera définie par le tableau suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

<u>Tableau de variation :</u>

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	

<u>FONCTION LINEAIRE ET PROPORTIONNALITE</u>

<u>Propriété :</u>

Si f est une fonction linéaire définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax$ alors $f(x)$ est proportionnelle à x.

<u>Remarque :</u> a est donc le <u>coefficient de proportionnalité</u>.

<u>Propriété : (linéarité)</u>

Soit f une fonction linéaire définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax$.

Pour tout x_1, x_2 et $k \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

$$f(kx_1) = k \times f(x_1)$$