- Vecteurs et repérage -

Principe

Vous avez probablement déjà entendu parler en physique des forces. Le poids par exemple est une force, appliquée sur un objet, verticale et dirigée vers le bas. Un vecteur se comporte de la même manière qu'une force il a un point d'application, un sens et une direction. Un vecteur possède de plus une longueur.

Basiquement, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le chemin qui mène du point A au point B.

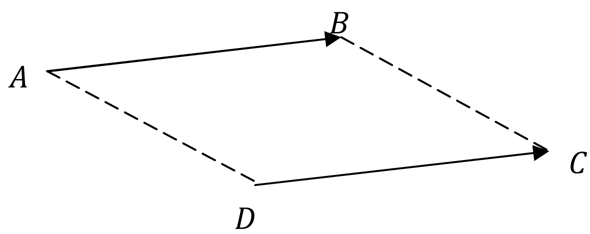
L'essentiel du cours

EGALITE DE DEUX VECTEURS

On dit de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ qu'ils sont égaux si ils ont même sens, même direction et même longueur.

Remarque : ces deux vecteurs ne sont pas nécessairement confondus.

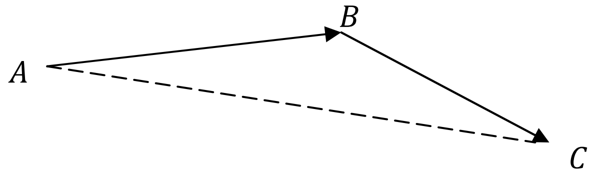
Conséquence : si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont égaux, alors le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.



SOMME ET DIFFERENCE DE DEUX VECTEURS

- **Somme de deux vecteurs :**

Relation de Chasles : A, B, C trois points distincts du plan, on aura $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



Remarque : Le principe est simple : parcourir le chemin menant de A à B, puis de B à C revient à parcourir le chemin menant de A à C.

- **Différence de deux vecteurs**

On dit du vecteur $-\vec{u}$ qu'il est l'opposé du vecteur $\vec{u}$

Remarque : l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ s'écrit donc $-\overrightarrow{AB}$, mais également $\overrightarrow{BA}$!

Ainsi la différence $\vec{u} - \vec{v}$ équivaut à la somme $\vec{u} + (-\vec{v})$

COORDONNEES DE VECTEURS DANS LE PLAN

Considérons les points A et B de coordonnées $A(x_A\,,y_A)$ et $B(x_B\,,y_B)$

Alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix}$

- **Coordonnées du milieu d'un segment**

Le point I, milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées $x_I = \frac{x_A+x_B}{2}$ et $y_I = \frac{y_A+y_B}{2}$

- **Longueur d'un segment**

La longueur du segment $[AB]$, notée AB ou $\|\overrightarrow{AB}\|$ est

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Conséquences :

- Deux vecteurs sont égaux si leurs coordonnées sont égales
- Un quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme si deux de ses côtés opposés (par exemple $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$) ont mêmes coordonnées.
- Si $\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors les coordonnées du vecteur $k \times \vec{u}$ sont $\begin{pmatrix} k\times x \\ k\times y \end{pmatrix}$

- Si $\overrightarrow{u}$ a pour coordonnées $\binom{x}{y}$ et $\overrightarrow{v}$ pour coordonnées $\binom{x'}{y'}$ alors les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ sont $\binom{x+x'}{y+y'}$
- Le vecteur nul, noté $\vec{0}$ a pour coordonnées $(0 \,;0)$

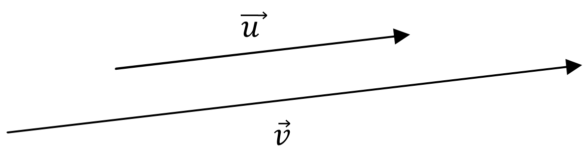
COLINEARITE DE DEUX VECTEURS

Deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont dits colinéaires si leurs coordonnées sont proportionnelles entre elles, c'est-à-dire si l'on peut trouver un réel k tel que $\overrightarrow{u} = k \times \overrightarrow{v}$

Condition de colinéarité : Si $\overrightarrow{u}$ a pour coordonnées $\binom{x}{y}$ et $\overrightarrow{v}$ pour coordonnées $\binom{x'}{y'}$ alors les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si :

$$xy' = x'y$$

Illustration : ci dessous, on a $\overrightarrow{u} = \frac{1}{2} \times \overrightarrow{v}$ (ou $\overrightarrow{v} = 2 \times \overrightarrow{u}$) : les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires, de rapport $k = \frac{1}{2}$



Conséquences :

- Parallélisme :
  Les droites définies par les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont parallèles. Par exemple, si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, alors les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
- Alignement de points :
  Si deux vecteurs contenant un sommet en commun (par exemple $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$) sont colinéaires, alors les 3 points composant ces vecteurs sot alignés (ici A , B et C)